

ANFANG
DER
PHYSIK

VON DR. CARL FRIEDRICH GAUSS

VIERTHEIL

BAND I. PHYSIK

UND MATHEMATIK FÜR DIE PHYSIK

VERMISCHT

VON DR. CARL FRIEDRICH GAUSS
UND DR. CARL FRIEDRICH GAUSS

MIT EINEM ANHANG

VON DR. CARL FRIEDRICH GAUSS

UND DR. CARL FRIEDRICH GAUSS

UND DR. CARL FRIEDRICH GAUSS

UND DR. CARL FRIEDRICH GAUSS

PAUL NEUBERGER

UND DR. CARL FRIEDRICH GAUSS



LEIPZIG

VERLAG VON JOHANNES NEUBERGER

Inhalt.

1. G. Bethe. Ueber Wellenstromerzeuger. (Schluss von S. 107)	108
2. M. Gaster. Versuch über die Absorption des Lichtes in verschiedenen leuchtenden Gasen	109
3. H. Morris-Alroy. Ein Versuch zur Hypothese der elektronischen Leitung in Gelelektrolyten	110
4. F. Richard und W. Ziegler. Analyse verschiedener Flüssigkeiten vermittelt der Braun'schen Säule	111
5. K. Barker. Ueber die Dreipulvergewinnung aus Zinnstein und silberhaltiger Stannidgase	112
6. E. T. Chilver. Die Dielektricitätsconstanten des Wasserstoffsuperoxyds	113
7. P. Lenard. Ueber Wirkungen des ultravioletten Lichtes auf gasförmige Körper	114
8. J. E. Almy. Ueber die Funkenpotentiale in festen und gasförmigen Dielektrika	115
9. S. Grasta. Ueber die Quincke'schen Beobachtungen im polaren Feld	116
10. F. J. Mitchell. Ueber den Einfluss von Oberflächeneffekten auf das Kerr'sche magneto-optische Phänomen	117
11. P. Deude. Zur Elektronentheorie der Metalle	118
12. A. v. Borsowski. Ein elektrolytischer Unterchied in der elektrischen Strom	119
13. W. March. Elektromotorische Kraft des Osmose und Wasserstromes	120
14. M. Planck. Bemerkungen zu einer Abhandlung über Thermodynamik des Hrn. K. Wessendonek	121

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. H. Bethe, zu senden. Seine Adresse ist bis zum 10. April Leipzig, am Alten Markt, am Nahrungberg 2, 4.

Es wird gebeten, die Manuskripte deutlich zu schreiben und die Correcuren des Hrn. Druck für die vorerwähnte Form nicht zu beschreiben.

Die Zeichnungen sind in möglichst einfacher Zeichnung der Abbildungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in den Text selbst einzusetzen). Da die Figuren sehr genau zu sein Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Einsetzens nicht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Titel sind am Ende oder unten auf dem ersten der Manuskripte (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Zeitschriften der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens des Verfassers, des Band-, Seiten- und Jahreszahl anzufügen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Bogen für die Druckarbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, müssen dies bei Bestimmung des ersten Correcurbogens an die Handlung auf dem ersten Bogen bemerkt werden. Alle anderen, die nicht in der ersten Bestimmung der Bogenzahl sind, sind die Verlagsbuchhandlung zu zahlen.

Anderweitiger Abdruck der für die Annahme bestimmten Artikel, ohne oder Uebersetzung derselben innerhalb der gesetzlich bestimmten Frist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 1.

1. Ueber Wellenstromerreger;

von C. Heinke.

(Schluss von p. 351.)

IV. Der Einfluss secundärer Belastung.

Wird der bisher allein betrachtete, den Wellenstromerreger enthaltende Primärkreis elektromagnetisch nach Art eines Transformators mit einem Secundärkreis verkettet und im letzteren Strom inducirt bez. elektrische Energie in andere Energieform übergeführt, so lässt sich der Einfluss dieser secundären Belastung nach dem Vorausgegangenen schon einigermaassen übersehen. Zunächst ist klar, dass die secundär geleistete Arbeit nur durch das Wechselstromglied, d. i. E_{\sim} und J_{\sim} des Primärkreises, zugeführt werden kann, sodass der im letzteren vorhandene Gleichstrom J_g gewissermaassen toten oder Ballaststrom hinsichtlich der Inductionsübertragung von der Primärwicklung auf die Secundärwicklung des inductiven Widerstandes darstellt. Da ferner, neben den Wechselstromverlusten im Transformator (Inductorium) selbst, die secundäre Leistung $J_{II} \cdot E_{II} \cos \varphi_{II}$ durch den primären Wechselstrom in Gestalt von $J_{\sim} \cdot E_{\sim}^{2,3} \cos \varphi_2$ zugeführt werden muss, so wird bei zunehmender secundärer Leistung, wenn eine weitere Vergrösserung von J_{\sim} und $E_{\sim}^{2,3}$ auf Grund des vorhandenen Q und einer bestimmten zugeführten Spannung $E_g^{1,3}$ nicht mehr möglich ist, die Steigerung der primären Leistung durch eine Vergrösserung des Wertes $\cos \varphi_2$ (vgl. Fig. 4b), d. i. Verkleinerung von φ_2 möglich sein, bis die Stabilitätsgrenze des Wellenstromstadiums erreicht ist und Abschnappen eintritt. Die Messungen zeigen auch deutlich diese Vergrösserung von $\cos \varphi$, dessen Wert kurz vor dem Abschnappen stets am grössten ist, in Uebereinstimmung damit, dass die Stabilität der Resonanz im

allgemeinen um so grösser ist, je grösser die Winkel φ_1 und φ_2 sind.

Hiermit im Zusammenhang scheint das aus den Messungen folgende Ergebnis zu stehen, dass inductive Belastung, d. h. Nacheilen von J_{II} gegenüber E_{II} die Stabilität der Resonanz am stärksten beansprucht und wachsendes J_{II} am ehesten das Wellenstromstadium zu Falle bringt; bei inductionsfreier Belastung ist bereits ein höheres Hinaufgehen von J_{II} möglich, ehe Abschnappen eintritt, am günstigsten endlich wirkt secundäre Capacitätsbelastung oder voreilender Strom, wenn jene eine secundäre Hilfsresonanz einführt, welche die primäre unterstützt; alsdann erhält man die stabilsten Verhältnisse, wie auch die Messinstrumente und Messresultate ohne weiteres erkennen lassen (vgl. unten Tab. VI).

Der Einfluss der übrigen Grössen lässt sich unter Hinweis auf die Messresultate dahin zusammenfassen, dass im allgemeinen wachsendes Q unter sonst gleichen Verhältnissen wachsende secundäre Belastung in Gestalt von J_{II} zulässt, ehe Abschnappen eintritt, ebenso wachsende Spannung $E_g^{1,2}$. In Tab. V sind zunächst in den ersten vier Versuchsreihen die Resultate angeführt bei — allerdings nicht stark — inductiver Belastung, gebildet durch einen eisengeschlossenen Messtransformator, welcher bei Nr. 24 und 27 secundär offen, bei Nr. 28 und 30 seinerseits mit einzelnen Glühlampen belastet war (vgl. Fig. 6). Bei Nr. 30 war die Stabilitätsgrenze erreicht, sodass nach der zweiten Ablesung Abschnappen eintrat und ein hinreichend lange währendes Eingangbringen nicht mehr zu erzielen war; daher wurde die letzte Messreihe (eingeklammerte Werte) aus den beiden vorhergehenden mit Hülfe von Differenzbildung berechnet.¹⁾

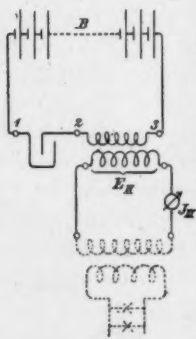


Fig. 6.

1) Bei sonst etwa fehlenden, nachher als wichtiger erkannten Ablesungen sind auch an einzelnen anderen Stellen solche indirect aus den übrigen Messungen bestimmte Werte in eckigen Klammern angeführt; ebenso bei ganz vereinzelter, nicht völlig sicheren Ablesungen die ver-

Bei Nr. 75 wurde der wiederum als inductiver Widerstand zwischen 2 und 3 benutzte Swinburnetransformator auf seiner Hochspannungsseite direct mit in Serie geschalteten Glühlampen belastet; auch hier war, wie mehrmaliges Abschnappen während der Messungen, sowie regelmässiges sofortiges Abschnappen bei Belastungsvergrösserung anzeigte, die Stabilitätsgrenze erreicht, was auch aus den Werten von $\cos \varphi_1$ und $\cos \varphi_2$ ersichtlich ist.

Ein Interesse besonderer Art können die Verhältnisse bei secundärer Capacitätsbelastung, d. h. Voreilen von J_{II} beanspruchen. Die hierauf bezüglichen Messungen sind daher gesondert in Tab. VI zusammengestellt. Als Capacität, welche mit der Hochspannungswicklung des Swinburnetransformators verbunden wurde und den Ladestrom J_{II} hervorrief, diente der bei den früheren Resonanzversuchen¹⁾ beschriebene Hochspannungscondensator von Swinburne mit Unterteilung in sieben Abteilungen von je etwa 0,48 Mf. wirksamer Capacität, zusammen also 3,36 Mf. Capacität bei 100 und mehr Wechseln in der Secunde. Der Vergleich mit jenen früher erhaltenen Resultaten ergibt, dass hier offenbar eine secundäre Hilfsresonanz eingeführt wird, da bei den aus Ladestrom J_{II} , Ladespannung E_{II} und Capacitätswert C_{II} berechneten Werten von p zu $J_{II}:(C_{II} \cdot E_{II})$ der Capacitätswert C_{II} und der Selbstinductionswert L_{II} der Hochspannungswicklung²⁾ in allen Fällen fast genau die Resonanzgleichung $1-p \cdot C \cdot L$ erfüllen. Diese secundäre Resonanz wirkt mittels der elektromagnetischen Verketten im Transformator auf den Primärkreis zurück — bei der früher³⁾ angegebenen mechanischen Ana-

muteten Werte in runden Klammern beigelegt; zwei oder drei offenbare Ableseversehen sind durch Fragezeichen kenntlich gemacht, sowie auch einzelne daraus abgeleitete Werte. Es sei ferner bemerkt, dass bei Messungen mit dem Swinburnetransformator, bei welchem $R^{2,3}$ sehr klein und deshalb $E_g^{2,3}$ wegen Kleinheit und zuweilen vorhandener Zeigervibration wenig zuverlässig ist, $P_g^{2,3}$ nicht $= E_g^{2,3} \cdot J_g$, sondern genauer $= (J_g)^2 \cdot R^{2,3}$ gebildet wurde, wobei $R^{2,3}$ einschliesslich Zuleitung zu etwa 0,067 Ω eingesetzt wurde.

1) C. Heinke, Elektrotechn. Zeitschr. 18. p. 62. 1897.

2) l. c., Fig. 12.

3) l. c., Fig. 8.

Tabelle V.

Nr.	P_l	J_{II} Amp.	E_{II} Volt	E_g Volt	E_w Volt	J_g Amp.	J_w Amp.	P_w Watt	P_g $= E_g \cdot J_g$	P_{\sim} Watt	J_{\sim} Amp.	E_{\sim} Volt	P_{\sim} $= E_{\sim} \cdot J_{\sim}$	$\cos \varphi$	φ
24	+ 10 mm mit ca. 40 qmm	0,10 0,10 0,10	1200 1200 1180	59,5 58,5 1,2	— (138) 124,3	14,6 14,7 14,0	16,1 16,2 15,3	841 571 267	870 860 12	- 29 - 289 + 255	6,78 6,78 6,17	— (127) 124,2	— 863 767	— - 0,335 + 0,332	— - 70° 25' + 70 35
27	+ 10 mm mit ca. 40 qmm	0,075 0,075 0,075	800 800 800	48 47 1,2	— 104,6 94,4	12,4 12,0 12,5	13,6 13,2 13,7	546 371 158	595 577 10	- 49 - 206 + 148	5,58 5,58 5,58	— 93,5 94,3	— 522 526	— - 0,395 + 0,392	— - 66° 45' + 73 40
28	+ 20 mm	— 0,15 0,15	— — [950]	46,5 44,5 1,2	— 111,3 97,4	17,6 18,4 17,4	20,0 20,6 19,6	745 524 237	819 820 18	- 74 - 296 + 219	9,5 9,28 9,08	— 102,1 97,3	— 949 860	— - 0,312 + 0,249	— - 71° 50' + 75 35
30	+ 20 mm	0,225 0,225 —	— — —	41,0 40,5 [0,9]	— 85,4 [74]	18,4 13,2 —	15,4 15,0 —	480 278 [207]	550 535 [13]	- 70 - 262 + 194	7,58 7,14 [7,14]	— 75,2 [74]	— 536 [526]	— - 0,490 + 0,368	— - 60° 40' + 68 25]
75	+ 40 mm	0,515 0,530 0,540	— — —	36,0 35,0 1,5	40,0 82 69,4	27 25,5 24,5	29,5 28,5 27	810 431 384	972 918 40	- 162 - 487 + 344	11,9 12,7 11,35	17,5 74 69	208 940 784	- 0,78 - 0,518 + 0,439	- 38° 40' - 58 50 + 63 55

logie würde die secundäre Kreislaufschwingung mittels eines Doppelhebels mit dem Primärkreis zu verknüpfen sein — und unterstützt die dortige Resonanz bez. leitet Resonanzschwingungen ein, durch welche der wirksame Capacitätswert $C^{1,2}$ (vgl. unter I.) sehr stark vergrössert wird (vgl. Tab. VI). Mit dieser Vergrösserung der Wechselstromleitfähigkeit $p \cdot C^{1,2}$ bez. Verkleinerung des Wechselstromwiderstandes $1/p \cdot C^{1,2}$ geht durch die ausgelösten Schwingungen bedingt eine zeitweilige Umkehr der Stromrichtung (Unterschreitung des Nullniveau von seiten der Stromcurve) Hand in Hand. Dies bedeutet, anders ausgedrückt, eine Verkleinerung der Gleichstromleitfähigkeit bez. Vergrösserung von $R_g^{1,2}$. Hieraus erklärt sich die aussergewöhnlich grosse Verschiedenheit zwischen J_g und J_w in Verbindung mit der bei dem grossen Werte von Q überraschenden Kleinheit von J_g . Die ersten sieben Messreihen der Tab. VI sind mit nahezu constanter Spannung an den Punkten 1 und 3, aber variablen Werten von $C_{II}^{2,3}$ ausgeführt und lassen bei Nr. 80 und 81 Minimal- bez. Maximalwerte von $\cos \varphi$, $1/p \cdot C^{1,2}$, $R_g^{1,2}$, J_{\sim} erkennen bei Werten von p und C_{II} , welche in Uebereinstimmung mit den früheren Resonanzversuchen stehen.¹⁾

Zum Vergleich ist noch (Nr. 85) bei $C_{II} = 0$ beobachtet, doch waren, wie die Stromstärkenwerte erkennen lassen, die Verhältnisse hierbei wegen Erwärmung schon so labil, dass unmittelbar nach Beobachtung der letzten Messwerte Abschnappen eintrat.

Anschliessend sind noch einige Werte bei niederer Spannung hinzugefügt. Die angeführten Werte von $E^{1,3}$ sind, wie ein Blick auf Fig. 4 b erklärlich macht, wegen des stumpfen Winkels zwischen $E^{1,2}$ und $E^{2,3}$ etwas unsicher, noch mehr der daraus abgeleitete und durch kleine Messfehler oder Aenderungen in hohem Grade beeinflusste Wert von φ , d. i. $\angle (J_{\sim}, E^{1,3})$. Immerhin müssen die infolge von Ueberbestimmungen möglichen Proben für den Kundigen als ausreichend gelten, um die Zulässigkeit der Diagrammdarstellung und Auffassung der wesentlichen Erscheinungen auf Grund der Messresultate zu gewährleisten. Die Be-

1) l. c. p. 61.

Tabelle VI.

Nr.	Pl	E_g Volt	E_w Volt	J_g Amp.	J_w Amp.	P_w Watt	P_g $= E_g \cdot J_g$	P_w Watt	J_w Amp.	E_w Volt	P_s $= E_w \cdot J_w$	cos φ
77	+ 40 mm mit ca. 150 qmm	61,5	—	6,6	13,8	327	406	- 79	12,1	—	—	—
		61,2	110,2	6,6	13,8	194	403	-209	12,1	91,6	1162	-0,18
		0,4	87,8	6,3	13,6	117	3	+144	12,0	87,8	1052	+0,10
79		61,5	—	6,1	13,6	309	375	- 66	12,2	—	—	—
		61,2	115,2	6,1	13,5	178	373	-195	—	97,8	1182	-0,16
		0,4	91,9	6,0	13,4	123	3	+120	12,0	91,9	1109	+0,10
80		61,5	—	6,4	14,1	324	394	- 70	12,6	—	—	—
		61,3	117,6	6,3	14	182	386	-204	12,6	100,2	1262	-0,16
		0,4	95,8	6,3	14	127	3	+124	12,6	95,8	1207	+0,10
81		61,5	(62)	6,6	14,2	332	406	- 74	12,6	—	—	—
		61,3	121,2	6,5	14,1	185	398	-213	12,6	104,7	1319	-0,16
		0,4	101	6,4	14,0	134	3	+131	12,6	101	1271	+0,10
82		61,3	62,3	6,9	14,3	343	423	- 80	12,5	—	—	—
		61,1	127,4	6,7	14,1	187	415	-228	12,5	111,7	1398	-0,16
		0,4	108,2	6,6	14,0	142	3	+139	12,5	108,2	1353	+0,10
83		61,1	(61,5)	7,5	14,4	379	458	- 79	12,3	—	—	—
		60,5	132,3	7,4	14,3	183	448	-265	12,3	118	1452	-0,18
		0,5	116,7	7,2	13,9	194	4	+190	11,9	116,7	1390	+0,13
84		60,8	61,9	9,1	14,8	473	553	- 80	11,7	—	—	—
		59,4	143,9	9,3	14,5	191	553	-362	11,1	131	1460	-0,24
		1,0	128,4	9,2	14,4	299	5,8	+293	11,1	128,4	1430	+0,20
85		57,3	58,8	17	19,7	915	975	- 60	9,95	13,2	131	—
		57,0	163,9	15	17,3	608	855	-247	8,6	153,5	1320	-0,18
		1	146,2	12,5	15	185	10	+175	8,3	146,2	1213	+0,14
78		51,6	54,5	7,7	12,7	216	397	-181	10,11	17,5	177,8	-1,0
		51,3	92,0	7,6	12,6	119	390	-271	10,06	76,4	769	-0,30
		0,5	73	7,5	12,5	90	3,8	+ 86	10,0	73	730	+0,11
104	+ 38 mm mit ca. 143 qmm	53	56,1	7,2	12,6	243	382	-139	10,33	18,4	190	-0,73
		52,5	98,5	7,4	12,4	167	388	-221	9,95	84,0	835	-0,20
		0,5	80,3	7,2	12,3	72	3,6	+ 68	9,98	80,3	800	+0,08
30		39	10,1	12,2	137	304	-166	6,84	25,0	171	-0,97	
29,5		58	10,2	12,2	113	300	-187	6,66	50,0	333	-0,50	
0,5		43,5	10,2	12,2	24	6	+ 18	6,66	43,5	290	+0,06	

obachtungen auf der Secundärseite wurden in dieser Tabelle unter Columnne 20 bis 23 rechts vom zweiten Doppelstrich angeführt.

Die starke Veränderung von p abhängig von C_{II} trotz constanter Spannung E_g und constantem Wert von Q , sowie der angenähert gleich grosse Wert von J_{\sim} trotz starker Variation von C_{II} ist beachtenswert. Diese hier beobachteten Werte der Versuchsreihen 77—84 scheinen in Verbindung mit den nur sehr wenig veränderten Werten von J_w und der erheblichen Veränderung von p auch darauf hinzuweisen, dass die für die Aufstellung des Wirkungsgesetzes des Wehneltunterbrechers¹⁾ bestimmende Thatsache, „dass mit ein und demselben Unterbrecher immer dieselbe Unterbrechungszahl erhalten wird, sobald immer dieselbe Stromstärke durch den Apparat geht“, nicht für alle Betriebsverhältnisse gültig bleibt. Die hier vorgenommene Gleichsetzung des auf der Hochspannungs(Secundär)-Seite berechneten Wertes von p mit demjenigen der Niederspannungs-(Primär)-Seite braucht zwar nicht zuzutreffen, doch deuten die resultirenden Werte von $L^{2/3}$, welche man durch Rückwärtsrechnung erhält nur auf mässige Abweichungen zwischen dem p -Werte der secundären Spannungscurve und dem p -Werte der primären Stromcurve.

Die Zeichnung der Diagramme nach Art des schematischen Diagramms in Fig. 4b dieses Aufsatzes ist auf Grund der berechneten Werte von q , E_{\sim} und J_{\sim} zur Unterstützung der Anschauung in jedem einzelnen Falle ohne weiteres ausführbar. Hierbei ist nur nochmals zu beachten, dass die auf den Wellenstromerreger bezüglichen Werte zwischen Punkt 1 und 2 in der zweiten Zeile jeder Messreihe, die auf den inductiven Widerstand bez. Transformator bezüglichen in der dritten Zeile jeder Messreihe aufgeführt sind, soweit sie nicht wie die Stromwerte J für alle gelten.

V. Bemerkungen zur Wirkungsgradfrage und zum Betrieb mit Wechselstrom.

Es sei noch auf einige in den bisherigen Publicationen über den „Wehneltunterbrecher“ zur Sprache gebrachte Punkte

1) Vgl. H. Th. Simon, Wied. Ann. 68. p. 279. 1899.

eingegangen. Was zunächst die Wirkungsgradfrage, sowie die hierin weit auseinander gehenden Angaben¹⁾ betrifft, so dürfte in erster Linie ein Mangel an Uebereinstimmung in der Definition des hier als Wirkungsgrad Aufzufassenden vorliegen, oder überhaupt ein Fehlen dieser hier besonders nötigen Definition. Beschränkt man sich zunächst auf die mit Gleichstrom betriebenen Unterbrecher, so könnte einmal das Verhältnis der secundär abgegebenen Wechselstromleistung des Inductoriums als im vorliegenden Fall nutzbar zu der primären Gleichstromleistung als Wirkungsgrad bezeichnet werden. Der alsdann offenbar recht kleine Wert würde aber den Wirkungsgrad des Inductoriums mit einschliessen, worin eine erhebliche Unbestimmtheit läge. Für den Vergleich mit anderen Unterbrechern wäre es daher angezeigt die vom Unterbrecher an das Inductorium abgelieferte Primärleistung in Verhältnis zu setzen zu der aufgewendeten, dem Unterbrecher zugeführten effectiven Wellenstromleistung. Nach dem Vorausgegangenen wäre dieser Wert aber einmal stark von den Betriebsverhältnissen abhängig und zweites Mal wäre er auch immer noch nicht unzweideutig, denn die dem Inductorium in Gestalt von Gleichstrom zugeführte Leistung ist für den vorliegenden Zweck tot, ja hinsichtlich ihrer Wärmewirkung nicht nur Ballast, sondern schädlich; das allein Wirksame ist das Wechselstromglied und dieses wird je nach den Betriebsbedingungen einen anderen procentuellen Wert annehmen, sodass auch hierdurch grosse Verschiedenheiten in den Angaben des Wirkungsgrades η erklärlich würden. Da im übrigen die Hauptstärke des für Inductorien benutzten elektrolytischen Wellenstromerregers, sowie seine Vorzüge für den Gebrauch im Anschluss an höher gespannte Gleichstromnetze bekanntlich nach ganz anderer Seite liegen, so spielt die Wirkungsgradfrage hier nach Ansicht des Verfassers meist eine verhältnismässig untergeordnete Rolle, bedarf aber jedenfalls, wenn aufgeworfen, einer genauen Definition der Bedeutung des angegebenen Procentsatzes.

Was den Betrieb derartiger Unterbrecher mit Wechselstrom anlangt, so scheinen gegenüber den mit Gleichstrom betriebenen zwei Punkte aus der Anzahl der neuen Erscheinungen

1) Vgl. hierzu *Elektrotechn. Zeitschr.* 20. p. 363. 1899 (Rundschau).
Annalen der Physik. IV. Folge. 1.

besonders der Erwähnung wert: der Uebergang von der Voltameterwirkung, welche infolge ungleicher Polarisationsspannungen und der damit zusammenhängenden einseitigen Verhältnisse auch bei Wechselstrom schwach vorhanden ist, zu dem Wellenstromstadium findet in ganz ähnlicher Weise statt wie bei Gleichstrom, d. h. von einer beliebig geringen Entladungszahl pro Secunde aufwärts steigend. Ein Zusammenhang mit der Periodenzahl des Wechselstromes wurde bisher nicht festgestellt. Bei den mit Wechselstrom betriebenen Wellenstromerregern mit Platinelektrode dürfte gegenüber den gasigen Zersetzungsproducten des Wassers der Wasserdampf als variable Dielektricumsschicht eine grössere Rolle spielen als bei Gleichstrom; sie werden sich hierin den Anordnungen mehr nähern, welche durch Verlegung des activen Querschnittes in die Glaswand die Wärmewirkung allein zur Erzeugung jener Schicht bez. der damit in Zusammenhang stehenden Wellenstromerregung benutzen. Der zweite Punkt liegt in der Möglichkeit durch Veränderung der Stromkreisverhältnisse, z. B. allmählicher Vergrösserung oder Verkleinerung des Selbstinductionscoefficienten, etwa durch Einführen oder Entfernen des Eisenkernes, ein Gleichstrom- und Gleichspannungsniveau zu schaffen, welches zwischen zwei Grenzwerten auf beiden Seiten von Null je nach dem Wert von L verändert werden kann. Die Angaben der eingeschalteten polarisirten Gleichstrominstrumente (Westoninstrumente) liefern bei einem bestimmten Wert des L und vermutlich des damit zusammenhängenden Wertes p der Wellenstromentladungen einen positiven Wert, welcher entsprechend der Aenderung von L (mit seinem p) auf Null heruntergeht, sein Zeichen umkehrt und nach der anderen übergeht. Der erhaltene Maximalwert für das durch den Wellenstromerregger erzeugte Gleichstromniveau betrug etwa 20 Proc. des zugeführten Wechselstromes, wenn für die etwas unsteten Angaben der Gleichstrom-Westoninstrumente mittlere Werte genommen werden. Häufig wird sich allerdings L bez. p nicht hinreichend variiren lassen, um vom positiven bis zum negativen Maximum in den Angaben der Gleichstrominstrumente zu gelangen.

Es konnte z. B. unter Anwendung von technischem Wechselstrom mit etwa 104 Polwechseln jener Maximalwert des Gleich-

stromniveau durch folgende kontinuierliche Veränderung von L herbeigeführt werden: zwei gleiche Spulen mit je 0,0872 Henry und etwas über $5\ \Omega$ Ohm'schen Widerstand wurden *parallel* geschaltet; bei einem activen Querschnitt von ungefähr 15 qmm wurden mit der in Fig. 1 angegebenen Schaltung ohne Benutzung des Wattmeters folgende Werte beobachtet.

a) Beide Spulen parallel ohne Eisenkern bei sehr starkem Entladegeräusch:

Zwischen den Punkten	J_w Amp.	J_g Amp	E_w Volt	E_g Volt
1 und 3	5,3	- 0,08	82,0	0
1 „ 2	5,15	um 0	150,0	+ 0,5
2 „ 3	5,1	um 0	136,2	0

Wurde jetzt in die eine Spule ein unterteilter Eisenkern eingeführt, so stiegen die Angaben der bei a) praktisch Abwesenheit eines Gleichstromniveau anzeigenden Messinstrumente (J_g und E_g) und erreichten ein Maximum, wenn der Eisenkern etwa zur Hälfte in der einen Spule sich befand; in dieser Stellung festgehalten waren die abgelesenen Werte:

b) Eine Spule ohne Eisenkern, die zweite parallelgeschaltete mit zur Hälfte eingeführtem Kern:

Zwischen den Punkten	J_w Amp.	J_g Amp.	E_w Volt	E_g Volt
1 und 3	4,90	+ 1,0	90,0	+ 5,5
1 „ 2	4,89	+ 1,0	73,0	+ 10,5
2 „ 3	4,89	+ 1,0	122,0	- 3,5 [5,0]

Hierzu ist zu bemerken, dass die unstäten Angaben von J_g sich während der ganzen Dauer zwischen den äussersten Grenzen + 0,6 und + 1,4 Amp. bewegten. Die Umkehr der Spannung bei der Messung an den Punkten 2, 3 ist beachtenswert.

Wurde der Eisenkern noch tiefer eingesenkt, so nahmen die Werte von J_g und E_g wieder ab und betrugen bei

c) eine Spule ohne Eisenkern, die andere mit Eisenkern:

Zwischen den Punkten	J_w Amp.	J_g Amp.	E_w Volt	E_g Volt
1 und 3	4,23	+ 0,6	95,0	+ 3,5
1 „ 2	4,20	+ 0,7	54,0	+ 7,0
2 „ 3	4,19	+ 0,7	107,0	- 3,0 [3,5]

Bei weiterer Vergrößerung von L , sei es durch Einführen eines Eisenkerns in die zweiten Spule, sei es durch Abschalten der einen Spule, war eine Herbeiführung des Wellenstromstadiums ohne Verkleinerung von Q unmöglich. Bei Reducierung von Q auf nahezu die Hälfte folgte bei einer Spule

d) eine Spule ohne Eisenkern, die andere abgeschaltet.

Zwischen den Punkten	J_w Amp.	J_g Amp.	E_w Volt	E_g Volt
1 und 3	3,70	- 0,25	98,5	etwa 0
1 „ 2	3,80	- 0,25	166,2	- 2,0
2 „ 3	3,75	- 0,25	166,6	+ 1,5

Wurden endlich beide Spulen in Serie geschaltet, so ergab sich bei sehr unregelmässigen Entladungen und Ausschlägen

e) beide Spulen ohne Eisenkern in Serie:

Zwischen den Punkten	J_w Amp.	J_g Amp.	E_w Volt	E_g Volt
1 und 3	1,90	+ 0,2	103,2	0
1 „ 2	1,90	+ 0,2	103,2	+ 3,0
2 „ 3	1,90	+ 0,2	104,4	- 3,0

Die Erklärung dieser eigentümlichen Erscheinung dürfte in folgendem liegen: durch die „Entladungen“, welche eine gewisse Einseitigkeit in den elektrischen Ausgleichvorgang hineinbringen, wird der ursprünglich symmetrische Wechselstrom innerhalb des Messbereiches eine Deformation erfahren, so zwar, dass die übergelagerten Entladungsstösse sich je nach dem Rhythmus beider verschieden bemerkbar machen. Bei constanter Maschinenwechselzahl wird also mit der langsamen Veränderung von L nebst zugehöriger Entladungszahl bez. zugehörigem Wert p eine Unsymmetrie zu Gunsten des volta-

metrischen Wertes, bald der oberen, bald keiner von beiden, bald der unteren Curvenhälfte entstehen. Bei schematischer Auftragung der Curven in Cartesianischen Coordinaten würde die Verschiebung gegen die ursprüngliche Symmetrieaxe SW des Maschinenwechselstromes im Falle b) etwa wie in Fig. 7 vorzustellen sein, wodurch eine teilweise (oder in anderen Fällen völlige) Compensation der Unsymmetrie in den Spannungen nach aussen mit einer erheblichen Unsymmetrie der Teilspannungen (vgl. oben $E_g^{1,2}$ und $E_g^{2,3}$ im Falle e) vereinbar ist; hiermit würde nicht nur das Auftreten eines Gleich-

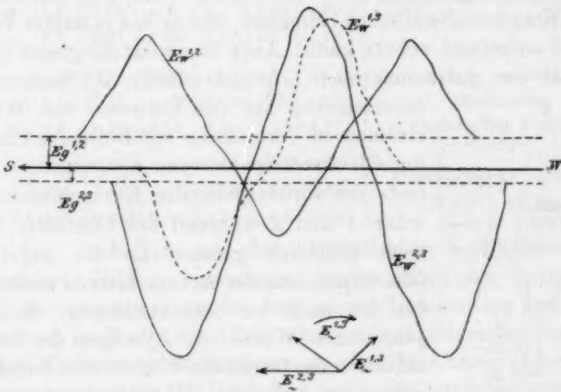


Fig. 7.

spannungsniveau, sondern auch die anfangs überraschende Gegensätzlichkeit der Spannungen von $E_g^{1,2}$ und $E_g^{1,3}$ eine Erklärung finden.

Für äquivalente Sinuswellen würde bei Drehung im Uhrzeigersinn Richtung und Grösse der Wechselspannungen im Falle b) etwa durch die drei Pfeile des in Fig. 7 beigelegten Polardiagramms dargestellt sein, wie es sich auf Grund der notwendigen Ergänzung der drei Wechselspannungen zum Dreieck jederzeit construiren lässt. Da $E_w^{1,3}$ ein gleichfalls oberhalb von SW liegendes Niveau hat, wie auch die Combination der beiden Curven in Fig. 7 ergibt, so erklärt sich daraus die Einseitigkeit oder das positive Niveau des aus $E_w^{1,3}$ resultirenden Stromes J_w , d. h. der Wert von J_g .

VI. Die Verhältnisse am Ruhmkorffinductor.

Eine Thatsache, welche zu Gunsten der unter I. entwickelten Auffassung zu sprechen scheint, bildet der Umstand, dass bei einem mit Condensator versehenen Ruhmkorff den obigen ganz ähnliche Strom- und Spannungsverhältnisse auftreten, wie die Messungen zeigen. Das Schema der Ruhmkorffschaltung ist in seinen wesentlichen, hier in Betracht kommenden Bestandteilen aus Fig. 8 ersichtlich. In Serie mit der Primärwicklung zwischen den Punkten 2, 3 befindet sich zwischen den Punkten 1, 2 in Parallelschaltung: die Capacität des Condensators C und die primäre Funkenstrecke F des Wagner-Neff'schen Hammers, welche als variabler Widerstand aufgefasst werden kann. Auch hier weist der grosse Unterschied der galvanometrisch (J_g) und effektiv (J_w) gemessenen

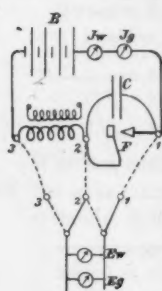


Fig. 8.

Stromstärken auf das Eintreten von Wellenströmen in Verbindung mit Resonanz hin, wie die effektiven Spannungen $E_w^{1,2}$ zeigen, welche trotz des vorübergehenden Kurzschlusses zwischen 1 und 2 während des Contactes bei F doch erheblich grösser als die zugeführte Gleichspannung der Accumulatoren sind; hierbei ist noch zu berücksichtigen, dass die gemessenen Werte von E_w wegen der Selbstinduction des benutzten Weston-Wechselstromvoltmeters (vgl. unter III.) offenbar ein wenig zu klein sind. Die Grösse der Verschiedenheit zwischen J_g und J_w lässt auch hier erkennen, dass mit dem Formfactor allein eine Erklärung kaum angängig ist, sondern dass auch hier eine Schwingungserscheinung vorliegt, bei welcher zeitweilige Stromumkehr, d. h. Unterschreitung des Nullniveaus durch die Stromcurve eintritt. Auch hier kann eine dem Gleichstromniveau J_g aufgelagerte äquivalente Sinuswelle berechnet werden als ein Maass für die im Inductorium wirksame bez. nutzbare Stromstärke. Die angeführten Werte lassen erkennen, dass dieser unter J_w in Ampère effektiv aufgeführte Wert grösser als J_g sein kann. Die an einem gewöhnlichen kleinen Ruhmkorffinductor ausgeführten Messungen ergaben, je nach den secundären Belastungsverhältnissen, folgende Werte mit der in Fig. 8 angedeuteten, der früheren ent-

sprechenden Messanordnung. Von den berechneten äquivalenten Wechselcomponenten dürfte E_{\sim} etwas zu kleine Werte angeben wegen der ein wenig zu niedrigen Werte von E_w .

Tabelle VII.

Messungen am Ruhmkorffinductor.

Zwischen den Punkten	E_w Volt	E_g Volt	J_w Amp.	J_g Amp.	E_{\sim} Volt	J_{\sim} Amp.	Bemerkungen.
1 u. 3	8,86	8,25	4,57	2,45	3,23	3,86	Inductorium secundär offen, Funken bei F beträchtlich.
1 u. 2	11,1	7,73	4,9	2,7	7,96	4,09	
2 u. 3	6,6	0,31	4,98	2,80	6,6	4,12	
1 u. 3	8,32	7,55	5,05	2,90	3,5	4,14	Inductorium secundär kurz- geschlossen, Funken bei F klein.
1 u. 2	8,52	7,21	5,10	3,00	4,55	4,13	
2 u. 3	1,6	0,35	5,05	2,85	1,57	4,17	
1 u. 3	8,51	7,88	4,48	2,60	3,34	3,64	Funkenstrecke secundär, 2,5 bis 3 cm lang.
1 u. 2	9,4	7,48	4,50	2,59	5,7	3,68	
2 u. 3	4,6	0,296	4,35	2,35	4,6	3,66	

Um auch hier von den energetischen Verhältnissen ein ungefähres Bild zu bekommen, wurde neben den Spannungs- und Stromwerten noch die dem ganzen Inductorium zugeführte Leistung in Watt mit Hilfe eines direct zeigenden, compensirten Westonwattmeters gemessen, allerdings unter anderen Betriebsverhältnissen mit Rücksicht auf die bei letzterem zulässigen Maximalstromstärken. Die unter $P^{1,3}$ angeführten Ablesungen in Watt sind aber um etwa 0,30 Watt zu gross wegen des mitgemessenen Wattverbrauches der beiden Voltmeter E_w und E_g .

$E_w^{1,3}$ Volt	$E_g^{1,3}$ Volt	J_w Amp.	J_g Amp.	$P^{1,3}$ Watt	$P_g = E_g \cdot J_g$	E_{\sim} Volt	J_{\sim} Amp.	Bemerkung.
5,15	4,67	2,43	1,385	4,5	6,6	2,17	2,01	andere Einstellung der Schraube bei F
5,17	4,67	2,42	1,37	4,4	6,53	2,2	2,0	
5,21	4,67	2,50	1,37	4,0	6,53	2,31	2,09	
4,95	4,44	2,78	1,75	5,6	7,77	2,19	2,16	
4,71	4,02	3,2	2,15	6,3	8,65	2,45	2,37	

Die Messungen lassen ohne weiteres erkennen, dass hier, wie bei allen sonstigen als Wellenstrom charakterisirten elek-

trischen Ausgleichvorgängen man durchaus den Satz zu beachten hat: die zur Umsetzung gelangende Leistung darf trotz Benutzung einer Gleichstromquelle weder durch das Product $P_g = E_g \cdot J_g$, noch weniger durch dasjenige der effectiv gemessenen Werte $E_w \cdot J_w$ oder eine Mischung wie $J_g \cdot E_w$ gebildet werden, da durch Einsetzen einer dieser beiden Leistungen erhebliche Fehler entstehen würden; ihre Bestimmung wird elektrisch nur durch eine Wattmetermessung ermöglicht, oder ist, falls diese unausführbar, durch eine calorimetrische Bestimmung ersetzbar, wenn man sich des Umstandes versichern kann, dass alle elektrisch zugeführte Energie innerhalb des Messbereiches endgültig in Wärme übergeführt wird.

VII. Ueber Gasentladungen mit Wellenstromcharakter.

Neben den bisher betrachteten zwei Klassen von Wellenstromerregern: den mechanischen „Unterbrechern“, welche in die elektrische Ausgleichsbahn ausser metallischen Leitern nur noch *vorübergehend* Funkenstrecken einführen, und den Flüssigkeitsunterbrechern, welche die gewünschte Unterbrecherwirkung durch den Uebergang von metallischem Leiter zum Elektrolyten, oder allgemeiner durch periodische Aenderung des Aggregatzustandes am geringsten Querschnitt des Elektrolyten erzielen, wäre noch eine dritte Klasse von Wellenstromerregern zu erwähnen, nämlich diejenigen mit der Leiterkreiscombination aus metallischen Leitern und *dauernd* eingeschalteten Gasstrecken.

Wenn man auch in neuerer Zeit, wohl mit Recht, das Gebiet dieser sog. Gasentladungen mit Hilfe der Dissociationshypothese in engere Verbindung mit der elektrischen Leitfähigkeit des Elektrolyten zu bringen sucht, indem man das Leitvermögen der Gase von ihrer Ionisirung abhängig macht, d. h. auf ionisirte Gasteilchen beschränkt, so scheint es doch angezeigt, derartige, als Wellenstromerreger wirkende Combinationen des elektrischen Leitungsweges in eine dritte Klasse unterzubringen und gesondert zu behandeln. Ihre Wellenstromerregewirkung dürfte sich nämlich in wesentlichen Punkten von derjenigen der elektrolytischen Unterbrecher unterscheiden.

Zunächst ist aber bezüglich der Gasentladungen überhaupt eine Unterscheidung in „discontinuirliche“ und „continuirliche“

nötig, da nur die ersteren hier in Betracht kommen können, d. h. Wellenstromcharakter aufweisen. Die Discontinuirlichkeit bei vielen Gasentladungen dürfte unzweifelhaft nachgewiesen sein, die Continuirlichkeit, d. h. ihr Gleichstromcharakter mit praktisch ausreichender Constanz der Ausgleichstärke (Stromstärke), bei anderen sehr wahrscheinlich sein, wenn auch, wie unten zu beweisen, das hierfür als das beste angesehene Kriterium von Hertz in der bisherigen Messanordnung als nicht stichhaltig angesehen werden kann.

Beschränkt man sich für das Folgende nur auf diejenigen Fälle, in denen Gleichspannung für die Gasentladungen Verwendung findet, da die Wellenstromerregung bei Benutzung von Gleichstromquellen weitaus im Vordergrund des Interesses steht, nicht nur praktisch, sondern auch als physikalische Erscheinung, so ist zunächst eine scharfe Unterscheidung erforderlich, ob die elektrische Energiequelle bez. die zugeführte Gleichspannung die Ursache der Wellenstromerregung bildet, oder ob auch bei ausreichender Constanz der Gleichspannung der Wellenstromcharakter durch periodische Widerstandsänderung innerhalb einer Leiterstrecke erzeugt wird. Diese wichtige Unterscheidung scheint gerade auf dem Gebiet der Gasentladungen nicht immer hinreichend gemacht worden zu sein. Die gerade hier häufiger vorkommende Verwendung von Gleichspannungsquellen mit zu geringem Energiegehalt, um bei eintretender Strombildung nicht ein vorübergehendes Zusammenknicken oder Auslassen der Spannung mit nachfolgender Erholung, also eine periodische Spannungsschwankung zu verursachen, fällt nicht unter die vorliegende Betrachtung. Sonach werden bei Annahme constanter Gleichspannung nur Leiterstrecken mit *periodischer Aenderung des Ausgleichwiderstandes* als Wellenstromerreger zu gelten haben, und ihre Wirkung würde als gesonderte Erscheinungsgruppe den Erscheinungen in Leiterkreisen mit *praktisch unveränderlichen Widerstandscoefficienten* des Leitungsweges aber periodisch veränderlicher Spannung gegenüberzustellen sein. Dieser Möglichkeit einer periodischen Widerstandsänderung der leitenden Gasstrecken bei Gasentladungen scheint bisher noch nicht die genügende Aufmerksamkeit zugewendet worden zu sein, indem meist ausdrücklich oder stillschweigend der Gasstrecke ein bestimmter

Widerstand zugeschrieben wurde. Die Erscheinungen am „elektrolytischen Unterbrecher“ sind vielleicht geeignet, die Aufmerksamkeit nach dieser Richtung zu lenken. Hier wird, durch den „activen Querschnitt“ in Verbindung mit der Leitfähigkeit und Temperatur des benutzten Elektrolyten bedingt, eine Grenze des einseitig stationären Ausgleichs (Gleichstromes) erreicht und eine weitere Steigerung der Spannung vermag keine Steigerung dieses „Sättigungsstromes“ zu erzielen, sondern führt zum periodisch veränderlichen Ausgleich (Wellenstrom) und den durch Einhaltung der Energiegleichung bedingten Phasen- bez. Energieverschiebungen. Auch bei den Gasentladungen dürfte der Eintritt des „discontinuirlichen“ Ausgleiches mit einer derartigen Sättigungserscheinung am „activen Querschnitt“ zusammenhängen, wenn auch der Grund der Sättigung ein anderer ist. Beim Elektrolyten hängt die Sättigungsdichte ab von dem Uebergang der Leiterstrecke am activen Querschnitt in den höheren Aggregatzustand mit völlig anderer, d. h. viel geringerer oder gar praktisch verschwindender Leitfähigkeit und jener wird durch Wärmewirkung in etwaiger Verbindung mit elektrolytischer Zersetzung veranlasst. Bei der Gasentladung dürfte die Herbeischaffungsfähigkeit oder auch Bildungsfähigkeit von gasförmigen Ionen die Sättigungsgrenze und damit den Uebergang zur „discontinuirlichen“ Entladung oder Wellenstromerregung verursachen. Dieser als Sättigungsstrom bezeichnete Grenzwert ist, wie W. Kaufmann in seinem Vortrag über Ionenwanderung in Gasen¹⁾ anführt, in erster Linie durch den activen Querschnitt, welchem man ein gewisses einseitig begrenztes Ausbreitungs- oder auch Zuleitungsvermögen zuschreiben kann, und nicht durch das weitere Anwachsen der Gleichspannung an den Enden der Entladungsröhre bedingt. Es liegt daher nahe, sich hier wie dort vorzustellen, dass *bis zur Erreichung* jenes Vermögens ein continuirlicher Ausgleich mit Einhaltung des Ohm'schen Gesetzes, d. h. *Constanz* des Leitungswiderstandes der Strecke, sowie proportionales Anwachsen mit der Spannung vorliegt, dass bei weiterem Anwachsen der Spannung jedoch der Sättigungsstrom nicht weiter wächst, vielmehr durch *periodische Widerstandsänderung* der Strecke jener weiteren Spannungssteigerung das Gleichgewicht

1) W. Kaufmann, Physikal. Zeitschr. 1. p. 23. 1899.

gehalten wird unter Hervorrufung von Wellenstrom und der damit verbundenen energetischen Anpassungsfähigkeit mit Hilfe der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannungscurve (vgl. hierzu Tab. II, Messung 31 bis 36 die Werte unter E_g und J_s Sättigungsstrom).

Nur so scheint es auch auf ungezwungenem Wege möglich zu sein, den Anforderungen der Energiegleichung gerecht werden zu können. Die bei Gasentladungen gefundene Beziehung zwischen Wärmemenge und den elektrischen Grössen, welche zu dem Schluss geführt hat, dass die umgesetzte Energie proportional nicht mit $J^2 R$, sondern $J \cdot R$ wachse, dürfte auf den Umstand zurückzuführen sein, dass der als constant eingeführte Ohm'sche Widerstand R der Gasstrecke keine constante, sondern eine periodisch veränderliche Grösse ist und umgekehrt proportional mit J variirt. Ob diese *periodische Widerstandsänderung* nebst dem durch sie erregten Wellenstrom, welche beim elektrolytischen Unterbrecher durch periodische Verdampfung bez. Vergasung veranlasst wird, bei Gasentladungen durch periodische Ionenleere um den activen Querschnitt, z. B. die Elektrode, zu erklären ist oder auf anderem Wege, hätten erst nähere Untersuchungen zu lehren. Hierfür wäre in erster Linie ein einwurfsfreies Kriterium für das Vorhandensein von Wellenstrom Voraussetzung. Nach den Untersuchungsergebnissen des Verfassers über den Wellenstrom kann aber die Verwendung des Ladestromes eines Condensators in Verbindung mit einem Hitzdrahtspiegelinstrument, wie sie von H. Hertz¹⁾ angegeben und seither vielfach verwendet wurde, in der bisher benutzten Anordnung nicht als ausreichend angesehen werden. Schaltet man nämlich, wie dort angegeben, Condensator mit vorgeschaltetem empfindlichen Hitzdrahtstromzeiger parallel zu der auf Wellenstrom zu untersuchenden Strecke x , z. B. Entladungsrohr (vgl. Fig. 9), so kann, hinreichende Empfindlichkeit des quadratisch wirkenden Stromzeigers J_{\sim} vorausgesetzt, der Nachweis eines Ladestromes von C nur das Vorhandensein einer Wellenspannung

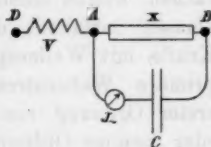


Fig. 9.

1) H. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 782. 1883.

zwischen A und B anzeigen, nicht aber eines Wellenstromes in x ; letzterer kann bei Benutzung einer Batterie mit kleinem innerem Widerstand z. B. Accumulatoren mit (praktisch) constanter Gleichspannung zwischen A und B verbunden sein, oder bei Vorhandensein eines Vorschaltwiderstandes F mit verhältnismässig sehr kleinem Unterschied zwischen E_w und E_g , d. h. kleiner aufgelagerter Wechselfspannung E_{\sim} . In diesem Falle würde bei zunehmendem F und Constanz der Spannung zwischen B und D die Wellenspannung zwischen A und B immer mehr von der Gleichspannung abweichen (vgl. hierzu Tab. VI, Messung 77 und 78, sowie 104 und 105) und einen Nachweis durch den Ladestrom erst von dem Punkte an gestatten, an welchem die wegen ihrer quadratischen Wirksamkeit immerhin recht beschränkte Empfindlichkeit der Hitzdrahtinstrumente einen merkbaren Ausschlag zulässt. Die in Fig. 9 angedeutete Schaltung würde daher für die offenbar auch von Hertz angenommene Constanz des Widerstandes in x zum Nachweis ausreichen, nicht aber bei *periodischer Veränderlichkeit* desselben, wenigstens nicht ohne grossen Vorschaltwiderstand F , der ausserdem hinreichend constant, d. h. von der Stromstärke unabhängig sein müsste. Die aus dieser Beobachtungsmethode gezogenen Schlüsse bezüglich der Continuität der Entladung dürften daher vielfach nicht einwurfsfrei sein.

Schlussbemerkung.

Zusammenfassend sei nochmals bemerkt, dass die Ursachen, welche einen Wellenstrom veranlassen, in zwei Hauptklassen zerfallen; die eine umfasst die elektromotorischen Kräfte mit Wellenspannungscharakter, welche vielleicht als primäre Wellenstromerreger oder auch Wellenstromerreger erster Ordnung von der zweiten Hauptklasse als secundäre oder zweiter Ordnung zu unterscheiden wären; diese zweite würde die *periodisch veränderlichen* Ausgleichswiderstände umfassen, welche auch bei zugeführter Gleichspannung Wellenstrom erregen. Weiterhin kann man die Wellenstromerreger zweiter Ordnung wiederum in mechanische, elektrolytische und gasförmige, von denen die beiden ersteren gewöhnlich als Unterbrechervorrichtungen bezeichnet zu werden pflegen, unterscheiden. Alle Wellenstromerreger mit selbstthätigem Cha-

rakter, d. h. solche, deren Auslösung oder Bethätigung durch den Wellenstrom selbst erfolgt — namentlich aber die elektrolytischen (Flüssigkeitsunterbrecher) und die gasförmigen — bedürfen für ihren Betrieb, d. h. zum Uebergang vom Gleichstrom zum Wellenstrom als unterer Grenze der zur Hervorrufung des „Sättigungsstromes“ erforderlichen Spannung. Weitere Spannungssteigerung beeinflusst, von Nebenwirkungen oder indirecten Einflüssen abgesehen, nur die Wellenzahl in der Zeiteinheit, nicht aber den praktisch constant bleibenden Sättigungsstrom, oder unter Berücksichtigung der Dimensionen des activen Querschnittes die Sättigungsstromdichte.

Bei den Messungen wurde mir von den Herren Bäumler, Lorenz und Wunder, Assistenten bez. Hilfsassistenten am elektrotechnischen Institut der techn. Hochschule in München, auf das Bereitwilligste Beihülfe geleistet, wofür ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank ausspreche.

(Eingegangen 8. October 1899.)

**2. Versuch über die Absorption
des Lichtes in elektrisch leuchtenden Gasen;
von Mathias Cantor.**

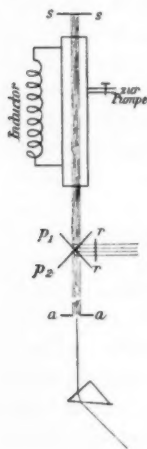
Für die Theorie der Spectralerscheinungen schien es mir von Interesse zu sein, zu untersuchen, ob Gase, welche durch elektrische Entladungen zum Leuchten gebracht werden, durchgesandtes Licht zu absorbiren vermögen.

Diese Versuche wurden in der folgenden Weise ausgeführt:

Eine würfelförmige Kammer ist durch ein dünnes Blech in zwei Hälften getrennt. In der oberen und unteren Hälfte ist je eine Spiegelglasplatte p_1 und p_2 (vgl. Figur) in den Diagonalenrichtungen so aufgestellt, dass die beiden Platten senkrecht aufeinander stehen. Das Licht einer Bogenlampe ging durch ein Linsensystem und beleuchtete als paralleles Bündel die beiden Platten. An drei Seitenflächen der Kammer waren je zwei Klappen angebracht, um das Licht der beiden Hälften nach Belieben abblenden zu können. Die Kammer wurde vor einem Spectralapparate aufgestellt, welcher mit einem Vierordt'schen Doppelspalt versehen war. Jenseits der Kammer befand sich ein 50 cm langes Glasrohr, das durch Spiegelglasplatten verschlossen, mit Elektroden versehen und mit einer Kahlbaum'schen Pumpe in Verbindung stand.

Das Rohr wurde so weit evacuirt, dass es beim Durchgang der Entladungen eines Inductoriums möglichst intensiv leuchtete.

Durch entsprechend angebrachte Schrauben konnte der Apparat so justirt werden, dass Licht, welches auf die obere



Glasplatte fiel, unmittelbar nach *a* reflectirt wurde und die obere Hälfte des Spaltes beleuchtete. Das Lichtbündel, welches die untere Glasplatte traf, wurde von dieser in das Rohr geworfen, an dem Spiegel *ss* reflectirt und gelangte, nachdem es nochmals die Röhre durchsetzt hatte, an die untere Hälfte des Spectralspaltes.

Es wurde nun zunächst die Schwächung, welches dieses letztere Bündel durch Absorption und Reflexion erleidet, dadurch compensirt, dass vor die obere Hälfte der Kammer ein passend gewähltes Rauchglas *rr* geschoben wurde, sodass die beiden übereinander gelagerten Spectra gleiche Helligkeit *J* besaßen. Wenn dann das evacuirte Rohr durch elektrische Entladungen zum Leuchten gebracht wurde, so war die Intensität des Lichtes in der oberen Spalthälfte

$$J_1 = J + E.$$

Die untere Spalthälfte wurde beleuchtet durch

$$J_2 = J (1 - A)^2 + E.$$

Hierbei bedeutet *E* die Emission, *A* die Absorption des elektrisch leuchtenden Gases und ist die Schwächung des Bruchtheiles *JA* in den Glasteilen vernachlässigt, was sehr wohl geschehen kann.

Beim Vergleich beider Spectra hat man

$$\frac{J_2}{J_1} = 1 - \frac{2A \left(1 - \frac{A}{2}\right)}{1 + \frac{E}{J}}.$$

An denjenigen Stellen des Spectrums, an welchen eine merkliche Absorption des Lichtes stattfindet, muss $J_2 < J_1$ sein; für diese Wellenlänge konnte E/J und damit *A* bestimmt werden. Uebrigens ist E/J sehr klein gegen 1, wenn, wie bei meinen Versuchen, als Lichtquelle eine kräftige Bogenlampe benutzt wird.

Bei wiederholten Versuchen konnte indes *keine irgend merkliche Absorption beobachtet werden*. Auch eine andere Versuchsanordnung führte zu dem gleichen Ergebnis.

Der Spectralapparat wurde so weit von dem evacuirten Rohr aufgestellt, dass das Licht der Entladung, welches sich

nach allen Seiten ausbreitet, so geschwächt an den Apparat gelangte, dass seine Intensität gegen das fast ungeschwächte einfallende parallele Licht der Bogenlampe unmerklich war.

Der Apparat wurde so justirt, dass das Licht die Röhre durchsetzen musste, um zur unternen Spalthälfte zu gelangen, während die obere Hälfte direct beleuchtet war. Durch diese Anordnung konnte die Absorption, welche das parallele Lichtbündel in dem elektrisch leuchtenden Gase eventuell erfährt, fast unbeeinflusst von dem Lichte der Entladung beobachtet werden. Allein auch bei diesen Versuchen konnte kein Anzeichen einer Absorption entdeckt werden.

Man gelangt sonach zu dem Ergebnis, dass durch die elektrische Entladungen zum Leuchten gebrachte Gase trotz ihrer bedeutenden Emission das Licht nicht merklich zu absorbiren vermögen.

Wiederholt ist das Kirchhoff'sche Gesetz auf die Lichterscheinungen angewendet worden, welche unter dem Einfluss elektrischer Entladungen zu Stande kommen, obgleich die Voraussetzungen, unter welchen jenes Gesetz abgeleitet wird, bei diesem Vorgang gar nicht erfüllt sind.

Würde auf diese Leuchterscheinung das Kirchhoff'sche Gesetz anwendbar sein, so müsste nach dem Ergebnis des hier mitgetheilten Versuches $E/A = e$ einen ausserordentlich hohen Wert haben. e ist aber die Emission eines schwarzen Körpers von der gleichen Temperatur wie der leuchtende. Den elektrisch leuchtenden Gasen müssten demzufolge extrem hohe Temperaturen zukommen. Nun zeigen aber die Versuche von E. Wiedemann¹⁾ u. a., dass die Gase durch elektrische Entladungen nur sehr geringe Temperatursteigerungen erfahren. Für die betrachteten Leuchtvorgänge ist demnach das Kirchhoff'sche Gesetz nicht gültig, wie dies schon E. Wiedemann²⁾ angenommen hat, welcher diese Lichterscheinungen als von der „normalen“ wesentlich verschieden, als Luminescenz erkannte. Dass man durch elektrisch leuchtende Gase keine Umkehrung des Spectrums erhält, hat schon Hittorf³⁾ be-

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 6. p. 298. 1879.

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. 34. p. 746. 1888.

3) W. Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 553. 1879.

obachtet, worauf Hr. Prof. E. Wiedemann mich aufmerksam zu machen die Güte hatte.

Es folgt aber auch ferner, dass es durchaus unzulässig ist, von der in Geissleröhren oder unter ähnlichen Verhältnissen beobachteten Emission auf eine dem Kirchhoff'schen Gesetze entsprechende Absorption oder umgekehrt zu schliessen, wie dies verschiedentlich geschehen ist.

Diese Lichtentwickelungen scheinen vielmehr die von Voigt¹⁾ theoretisch untersuchten „regelmässigen“ Erregungen zu realisiren.

Strassburg, Physikal. Institut, December 1899.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **67**. p. 366. 1899.

(Eingegangen 24. December 1899.)

3. Ein Versuch zur Hypothese der elektrolytischen Leitung in Geissleröhren; von H. Morris-Aitrey.

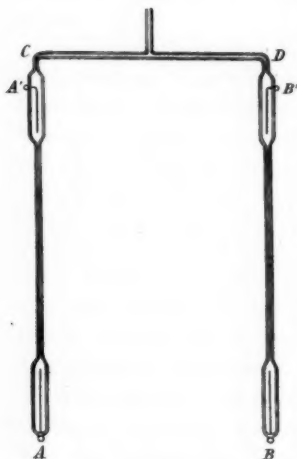
Prof. J. J. Thomson beschreibt in seinem Buche: Discharge of electricity through gases einen Versuch, welcher die Convection von Chlor durch Wasserstoff unter dem Einfluss elektrischer Entladungen beweisen soll. Eine kleine Menge Chlor wird in ein Capillarrohr gebracht, welches mit Wasser-

stoff unter geringem Druck gefüllt ist, und die Entladung eines Inductionsapparates durchgeschickt. Das Spectroskop zeigt das Chlor nur an der Anode; kehrt man den Strom um, so erscheint das Chlor nur an der neuen Anode etc., so oft man auch den Strom umkehren mag.

Thomson zieht daraus den Schluss, das Chlor werde wirklich durch den Strom von einem Ende des Rohres zu dem andern durch das Wasserstoffgas hindurch transportirt. Aber dieser Schluss scheint nicht berechtigt zu sein, da wir wissen, dass an den beiden Elektroden eine Temperaturdifferenz vorhanden ist, und diese vielleicht

für die beobachtete Wirkung genügt, indem die Chlorlinien nur an der heissesten Stelle des Rohres sichtbar werden. Es schien daher von Interesse zu versuchen, ob man eine Bewegung des Chlors auf andere Weise zeigen könne.

Es wurde daher ein Versuch mit einem Rohr gemacht, dessen Form die nebenstehende Figur zeigt, in welches bei A, A', B und B' Platindrähte als Elektroden eingeschmolzen waren. Wasserstoff mit ein wenig Chlor wurden eingelassen



und *A* und *B* mit dem Inductorium verbunden, welches Funken von etwa 6 cm gab. Bei einem Gasgemisch mit 7 Proc. Chlor bei einem Druck von etwa 2 mm Quecksilber war das Chlorspectrum in einem kleinen Teile des Rohres um die Anode sichtbar, während es in dem übrigen Teil des Rohres nicht zu entdecken war. Bei wiederholtem Wechsel der Stromrichtung ergab sich die von Thomson beschriebene Erscheinung.

Nun wurde *B* zur Anode gemacht, und wenn bei sorgfältiger Beobachtung in *A A'* keine Chlorlinien zu sehen waren, wurden die Röhren *A A'* und *B B'* an den Punkten *C* und *D* abgeschmolzen, während die Entladung hindurchging. Indem man nun auch die beiden Elektroden *A'* und *B'* benutzte, wurden beide Röhren mit dem Inductorium verbunden.

Wenn die elektrolytische Theorie von Thomson richtig wäre, so dürfte kein Chlor in dem Teile *A A'* sichtbar sein. Statt dessen erhielt man das Chlorspectrum von *A A'* leicht, und bei einem Vergleich mit *B B'* zeigte sich die Intensität der Chlorlinien in beiden Röhren identisch. Die Röhren wurden nun wieder angeschmolzen und neu gefüllt; machte man dann *A* zur Anode, so wiederholten sich die gleichen Erscheinungen.

Damit ist bewiesen, dass wenn überhaupt eine Convection des Chlors vorhanden ist, sie jedenfalls ausserordentlich gering ist und nicht genügt, um die Erscheinung zu erklären.

Hrn. Prof. H. Kayser statue ich an dieser Stelle meinen besten Dank ab für seine Anregung und Unterstützung beim vorstehenden Versuche.

Bonn, Physikal. Institut, Februar 1900.

(Eingegangen 3. Februar 1900.)

**4. Analyse oscillirender Flaschen-
entladungen vermittelt der Braun'schen Röhre;
von F. Richarz und W. Ziegler.**

(Demonstrirt in der Sitzung des Greifswalder naturw. Vereins
vom 6. December 1899.)

Bei der Wichtigkeit der oscillirenden Entladungen überhaupt, und der Entladungen von Leydener Flaschen insbesondere für die Teslaströme, ist es dringend wünschenswert, die Oscillationen möglichst anschaulich und vollständig demonstrieren zu können. Die in den Entladungskreis eingeschaltete Funkenstrecke, welche O. Lodge, wie schon Feddersen, direct im rotirenden Spiegel betrachtet, nachdem er die Schwingungsdauer durch eingeschaltete Spulen mit Eisenkernen hinreichend vergrössert hat, zeigt zwar Auflösung des Gesamtbildes in einzelne Entladungen; es bedarf aber einer besonderen Ueberlegung zur Erkenntnis, welcher Teil des Bildes zusammengenommen jedesmal einer Partialentladung entspricht, und welches andererseits die einzelnen Oscillationen innerhalb einer Partialentladung sind; denn die abwechselnde Richtung der Oscillationen ist dabei nicht ohne weiteres erkennbar. Der Methode von Lodge ist besonders auch in dieser Hinsicht die sehr hübsche Demonstrationsweise von Walter König¹⁾ überlegen, welche sogar eine sehr einfache absolute Bestimmung der Oscillationsdauer ergibt, bei welcher aber doch noch nicht der ganze Verlauf der Schwingungen, einschliesslich der Intensitätsverhältnisse, direct zur Anschauung gelangt. Die Braun'sche Röhre²⁾, welche auch sonst für das Studium von Wechselströmen so ausgezeichnete Dienste leistet, führt auch hier zum Ziel.

Wir beschreiben die Erscheinungen in der Folge, wie wir sie beobachteten. Eine Batterie Leydener Flaschen von der

1) W. König, Wied. Ann. **67**. p. 535. 1899.

2) F. Braun, Wied. Ann. **60**. p. 552. 1897.

Capacität gleich 1400 elektrostatischen C.G.S.-Einheiten wurde geladen durch die Schläge eines grossen Inductoriums, welches Funken bis zu 35 cm Länge liefern konnte, aber stets weit schwächer beansprucht wurde. Die Flaschen entluden sich durch ein Funkenmikrometer und durch die Spule, welche unter der Braun'schen Röhre befindlich die Ablenkung des Fluoreszenzfleckes hervorrief, dessen Bild im rotirenden Spiegel betrachtet wurde. Ausserdem war dann in den Entladungskreis immer noch eine andere Spule von grösserer Selbstinduction eingeschaltet. Die fluorescenzerregenden Kathodenstrahlen in der Braun'schen Röhre wurden erzeugt durch eine kräftige Influenzmaschine.

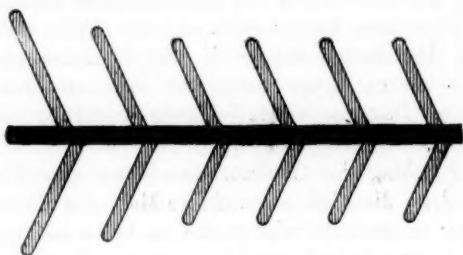


Fig. 1.

Schon bei directer Betrachtung, ohne Spiegel, zeigt sich der oscillatorische Charakter der Flaschenentladungen dadurch an, dass der Fluoreszenzfleck nach oben und unten zu einem verticalen Streif auseinandergezogen wird.

Bei den ersten Versuchen wurde das Inductorium mit dem Neef'schen Hammer betrieben und die Kugeln des Funkenmikrometers bis auf einige Zehntel Millimeter zusammengeschraubt. Jeder Schlag des Inductoriums gab im rotirenden Spiegel das in Fig. 1 wiedergegebene Bild.

Die Zeit als Abscisse wächst in dieser und in allen folgenden Figuren von links nach rechts. Der helle horizontale Streif in der Mitte entspricht der unabgelenkten Lage des Fluoreszenzfleckes während der stromlosen Zeiten; infolge Nachleuchtens zieht sich der Streif aber störend durch das ganze Bild hin; vielleicht lässt sich dieser Uebelstand vermeiden durch Verwendung einer weniger stark nachleuchtenden Substanz. (Bei

der vorliegenden Röhre, von Dr. Geissler Nachf., F. Müller in Bonn hergestellt, ist eine von ihm vor Jahren aus Paris bezogene Leuchtsubstanz von unbekannter chemischer Zusammensetzung zur Verwendung gekommen.)¹⁾ Welches war nun aber die Erklärung der schräg gestellten Querrippen? Wenn bei einer Reihe von aufeinanderfolgenden Oscillationen jedesmal die Entfernung aus der Ruhelage ausserordentlich viel schneller geschieht, als die Rückkehr, so würde erstere keine merkliche Fluorescenz erregen im Vergleich mit letzterer, und die Wiederholung dieser würde eine ähnliche Reihe von schrägen Rippen ergeben, wie Fig. 1 sie zeigt. Aber die Länge der Rippen müsste doch infolge der Dämpfung fortschreitend abnehmen, und die oberen Rippen müssten mit den unteren alterniren; beides ist nicht der Fall: vielmehr sind von etwa der dritten Rippe ab alle folgenden gleich gross, und jeder oberen Rippe entspricht nahe zu derselben Zeit eine untere. Dagegen würde folgende Erklärung allen Einzelheiten des Bildes entsprechen.

Jeder Schlag des Inductoriums liefert eine Elektrizitätsmenge, welche die Flaschen mehrere Male auf die am Funkenmikrometer eingestellte Schlagweite zu laden im Stande ist, so dass bei jedem Inductionsschlag mehrere Partialentladungen stattfinden. Jedes Paar von Rippen, eine obere und eine untere, sind das Bild *einer* solchen Partialentladung. Bei den ersten dieser Partialentladungen liefert das Inductorium so schnell neue Ladung an die Flaschen nach, dass noch Ladung nachschiebt während der Dauer eines Funkens nach der im Moment des Funkenbeginns bereits vorhandenen; infolge dessen sind die ersten der Partialentladungen etwas stärker als die folgenden, für welche jedesmal die Flaschen gerade bis zur betreffenden Schlagweite geladen werden. — Eine jede Partialentladung, dargestellt durch ein Rippenpaar, besteht nun aus

1) Auch liesse sich der leuchtende Fleck in der Ruhelage ganz beseitigen dadurch, dass an seine Stelle auf dem Fluorescenzschirm ein kleiner Stanniolkreis aufgeklebt würde; durch einen neben die Röhre gelegten Magneten lassen sich dann die Kathodenstrahlen so dirigiren, dass sie auf den Stanniolkreis fallen, wenn die Spule stromlos ist. Müller-Geissler ist bereits mit der Herstellung einer derartigen Röhre beschäftigt.

einer Reihe von Oscillationen. Bei diesen ist die Geschwindigkeit des Fluoreszenzfleckes in der Nähe der Umkehrpunkte verschwindend klein, in den Umkehrpunkten gleich Null. Infolge dessen wird die Lichtstärke in den Umkehrpunkten und in deren Nähe weit grösser sein, als während des übrigen Teiles der Hin- und Hergänge. Der Unterschied kann so gross werden, dass man nur die Umkehrpunkte sieht; da die Schwingungen stark gedämpft sind, und da der Fluoreszenzfleck eine gewisse Ausdehnung hat, verschmelzen dann die Bilder der Umkehrpunkte $a, b, c \dots$ in der schematischen Fig. 2 zu den beiden beobachteten schrägen Rippen. Die letzten Oscillationen einer jeden Partialentladung, bei welcher die Rippen sich asymptotisch der Ruhelage nähern sollten, gehen unkenntlich in den nachleuchtenden Horizontalstreif über, welcher von dem unabgelenkten Fluoreszenzfleck herrührt. — Diese Erklärung hat sich durch die folgenden Versuche als richtig bestätigt.

Um den schweren Neef'schen Hammer in Bewegung zu setzen, war eine ziemlich grosse primäre Stromstärke erforderlich; es wurde daher statt seiner ein durch besondere Trockenelemente betriebener Quecksilberunterbrecher genommen; dann konnte die primäre Stromstärke so weit herabgesetzt werden, dass bei gleichzeitiger Vergrösserung der Funkenstrecke zwischen den Mikrometerkugeln (auf etwa 1 mm) ein Schlag des Inductoriums auch nur *eine* Ladung und Entladung der Flaschen bewirkte; der Erfolg war, dass ihr auch nur *ein* Rippenpaar entsprach. Dann wurde in den Entladungskreis der Flaschen die secundäre Spule eines kleinen Inductoriums (von 15 cm maximaler Funkenlänge) eingeschaltet. Die grosse Vermehrung der Selbstinduction verlangsamte dann die Schwingungen derart, dass an Stelle des isolirten Rippenpaares eine sehr stark gedämpfte vollständige Sinuscurve sichtbar wurde (Fig. 3).

Unter Beibehaltung der sehr grossen Selbstinduction wurden nun weiter die Kugeln des Funkenmikrometers wieder so weit zusammengeschoben (bis etwa $\frac{1}{10}$ mm), dass jeder Schlag

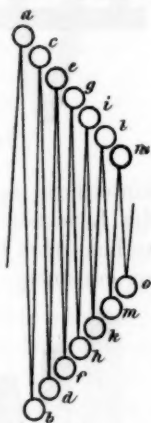


Fig. 2.

des Inductoriums wieder eine Reihe von Partialentladungen hervorrief. Bei ganz oberflächlichem Hinblicken konnte man dann glauben, auch wieder die Erscheinung vor sich zu haben, wie Fig. 1 sie zeigt; aber auch eben nur bei ganz oberfläch-

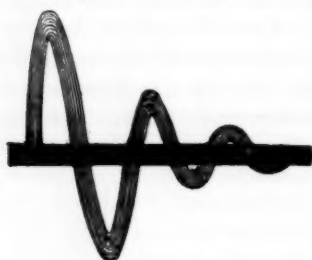


Fig. 3.

hinreichend schnell rotirt. Natürlich überwiegt auch jetzt noch die Leuchtstärke in der Nähe der Umkehrpunkte; aber die verbindenden Hin- und Hergänge sind doch auch sehr deutlich zu erkennen. Von einer Oscillation bis zur nächsten nimmt

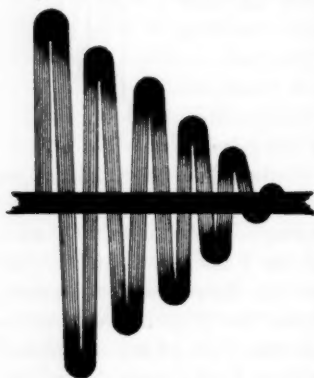


Fig. 4.

von Fig. 4 mit dem Widerstand auch die Dämpfung gering ist gegen den Fall von Fig. 3. Es ist aber auch möglich, dass im letzteren Falle die Oscillationsdauer erheblich grösser gewesen wäre, als im Falle von Fig. 4, und dass zwar die Dämpfung auf gleiche Zeiten bezogen dieselbe wäre, dass sie

lichem Hinblicken und bei langsamem Drehen des Spiegels. Denn bei nur etwas genauerem Zusehen erkennt man in jedem Rippenpaar bei den jetzt gegen Fig. 1 so sehr verlangsamten Schwingungen deren *ganzen* Verlauf wie er in Fig. 2 schematisch gezeichnet ist und welcher jetzt etwa das Aussehen von Fig. 4 darbietet, wenn der Spiegel

jedenfalls die Amplitude bedeutend weniger ab, als im Falle von Fig. 3. Dies ist wohl darauf zurückzuführen, dass jetzt, wo die Partialentladungen schnell aufeinanderfolgen, die von dem Funken durchbrochene Luftstrecke, zumal sie gleichzeitig kürzer ist, dauernd heiss und ihr Widerstand gering bleibt, während bei spärlicher Folge längerer Funken die Luft Zeit hat sich abzukühlen und ihr Widerstand gross wird. Dies könnte bewirken, dass im Falle

aber bei der längeren Oscillationsdauer stärkere Abnahme von Amplitude zu Amplitude bewirkt hätte. Da nun in beiden Fällen Capacität und Selbstinduction dieselbe war, müsste dann bei den selteneren und längeren Funken der Widerstand der im Mittel kälteren und längeren Luftstrecke so gross gewesen sein, dass er für die Schwingungsdauer neben dem Product: „Capacität mal Selbstinduction“ nicht zu vernachlässigen ist, wie gewöhnlich; sondern dass er erheblich in Betracht kommt und die Schwingungen verlangsamt. Diese Annahme ist von vornherein gewiss nicht abzuweisen. Vielleicht wirken auch beide aus derselben Quelle entspringenden Einflüsse zusammen.

Die durch Fig. 4 dargestellte Erscheinung dürfte die anschaulichste Demonstration der oscillatorischen Flaschenentladungen vermittelt der Braun'schen Röhre sein.

Inzwischen haben in dem am 15. d. M. ausgegebenen Decemberheft dieser Annalen die Herren Wehnelt und Donath sehr schöne photographisch aufgenommene Wechselstromcurven der Braun'schen Röhre publicirt. Ohne Zweifel wird ihr Verfahren auf die Flaschenentladungen angewandt, auch die Möglichkeit quantitativer Messung von Schwingungsdauer und Dämpfung darbieten, während der directe Anblick, wie wir ihn vorstehend beschrieben haben, für eine anschauliche Demonstration natürlich immer vorzuziehen ist.

Greifswald, Physikal. Institut, im December 1899.

(Eingegangen 19. Januar 1900.)

5. Ueber ein Dreipulvergemisch zur Darstellung elektrischer Staubfiguren; von K. Bürker.

Gelegentlich einer gemeinsam mit Hrn. Grützner vorgenommenen Nachprüfung der von W. König¹⁾ angegebenen elektrostatischen Methode der Stromaufzeichnung, wobei einer auf eine Metallplatte aufgetragenen Asphaltlackschicht elektrische Ladungen erteilt und diese durch das Villarsy'sche Gemisch²⁾, Mennige und Schwefel oder Englischrot und Schwefel, sichtbar gemacht wurden, schien es mir wünschenswert, die Differenzen in der verschiedenfarbigen Zeichnung der Staubfiguren noch prägnanter hervortreten zu lassen, als dies mit den obigen Gemischen möglich ist. Ich hätte nun zu den von anderer Seite beschriebenen Gemischen wie Zinnober und Ultramarin, Zinnober und Schwefel, Ultramarin und Schwefel, Mennige und Schwefelantimon, Schweinfurter Grün und Mennige, Drachenblut und Gummigutti etc. meine Zuflucht nehmen können, allein eine Prüfung dieser Gemische ergab ebenso wenig befriedigende Resultate. Nach einigen tastenden Versuchen ist es mir nun in der That gelungen, auffallend schöne und scharf gezeichnete Staubfiguren mit Hülfe eines Dreipulvergemisches zu erzielen, das sich, wie Untersuchungen ergeben haben, sowohl zur genaueren Analyse der Art einer Ladung, als auch ganz besonders zur Demonstration der Lichtenberg'schen und ähnlicher Figuren in Vorlesungen eignen dürfte, daher ich mich zu einer kurzen Mitteilung veranlasst fühle.

1) W. König, Elektrotechn. Zeitschr. (Centralblatt für Elektrotechnik) 1899, Heft 24 und Wied. Ann. 67. p. 535. 1899.

2) Ich bemerke, dass sowohl bei Riess (physikal. Abhandl. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1846, p. 5) als auch in Wiedemann's Lehre von der Elektrizität (3. Aufl. 1. p. 221) die Litteraturangabe über das Gemisch, wenigstens was Voigt's Magazin für das Neueste aus der Physik und Naturgeschichte betrifft, falsch ist; statt 8 St. 4, p. 176 muss es heissen 5. St. 4, p. 176.

Bei der zuerst benutzten Versuchsanordnung wurden die mit Hilfe eines Pulvergemisches sichtbar zu machenden elektrischen Ladungen erteilt von einem kleineren Inductionsapparate, der durch ein Leclanchéelement betrieben, Funken von weniger als 0,5 mm gab. Von den Polen der secundären Spule war der eine mit einem etwa 1 mm dicken Messingbleche verbunden, das auf der oberen Seite mit einer dünnen Asphaltlackschicht überzogen war, während der andere Pol in Verbindung mit einer beweglichen, isolirt anzufassenden Kugelelektrode bei spielendem Wagner'schen Hammer über die Lackschicht, diese leise berührend, hinweggeführt wurde. Da bei nicht ganz übereinandergeschobenen Rollen nur der Oeffnungsinductionsstrom eine Ladung veranlasste, wenigstens soweit sich dies mit den Pulvergemischen nachweisen liess, so konnten durch entsprechendes Umlegen einer in den secundären Kreis eingeschalteten Wippe nach Wunsch positive und negative Ladungen erteilt werden, indem die Elektrode einmal zur Anode, das andere Mal zur Kathode des Oeffnungsinductionsstromes wurde. Bestäubte man nach einer solchen Ladung die Lackschicht mit dem zu ähnlichen Zwecken so vielfach benutzten Villarsy'schen Gemische, Mennige und Schwefel, so traten auf dem schwarzen Grunde in entsprechenden Abständen meist ringförmige Figuren bis zu 6 mm Durchmesser deutlich hervor, wobei freilich Differenzen in der Farbe nur schwer zu erkennen waren. Die positiven Figuren meist grösser, erschienen in der Hauptsache gelbrot gefärbt, die negativen kleiner mit rötlichem Ton. Dabei war oft im Centrum der Figur ein Punkt deutlich markirt, auch ein zweiter concentrischer Kreis, dem Hauptkreise umschrieben, kam vielfach hinzu. Noch um vieles regelmässiger wurden die Figuren, wenn die Elektrode nicht mit der Hand über die Lackschicht geführt, sondern wenn sie festgestellt wurde und unter ihr ein metallener Cylinder vorbeirothirte, auf dem mit einer Asphaltlackschicht überzogenes Stanniol zur Aufnahme der Figuren befestigt war.

Da, wie erwähnt, der Farbenunterschied der so erhaltenen positiven und negativen Figuren zu wünschen übrig liess, so suchte ich diesem Mangel durch Gebrauch eines anderen Pulvergemenges abzuhelpen. Nach Prüfung einer Reihe von Stoffen

stellte sich heraus, dass Karmin¹⁾ vorzüglich geeignet war, wenn diesem noch Lycopodium und Schwefel in ganz bestimmten Verhältnissen beigemischt wurde. Mit diesem Gemische bestäubt, erschien die positive Ladung schön dunkelrot, die negative hellgelb, wobei beide Farben auf dem schwarzen Grunde lebhaft hervortretend, scharf abgegrenzt waren. Allein noch weitere Details liess die Bestäubung mit dem Gemische erkennen: ausser dem roten Hauptkreise zeigte die positive Figur noch ein gelbes Centrum und dem Hauptkreise umschrieben einen gelben Hof, während die negative Figur neben dem gelben Hauptkreise deutlich durch ein rotes Centrum und einen roten Hof charakterisirt war.

Es ist nun in der That erforderlich, dass diese Mischung der drei Componenten in ganz bestimmten Verhältnissen vorgenommen wird. Man begnüge sich mit Karmin und Lycopodium allein und menge beide in allen möglichen Verhältnissen, und man wird keine befriedigenden Resultate erzielen. Man mache dasselbe mit Karmin und Schwefel und man wird ebenso unbefriedigt von weiteren Versuchen abstehen. Ich habe alle drei Componenten in über 50 verschiedenen Mischungsverhältnissen untersucht und dabei nur wenige brauchbar gefunden. Man mische alle drei etwa in dem Verhältnisse: 1 Volumenteil Karmin : 3 Volumenteile Lycopodium : 5 Volumenteile Schwefelblumen und man wird mit dem Gemische zufrieden sein, wobei freilich die Art und Weise, wie gemischt wird, noch zu berücksichtigen ist. Ich empfehle zuerst Karmin mit Schwefel gut zu zerreiben, und dann Lycopodium hinzuzufügen; denn mischt man zuerst Karmin mit Lycopodium und setzt dann Schwefel zu, so werden beim Bestäuben die Figuren um vieles undeutlicher. Als ein Kriterium für die Güte dieses Dreipulvergemisches gebe ich an, dass ein geriebener positiv elektrischer Glasstab genähert, aus dem Gemische fast nur das Karmin, ein geriebener negativ elektrischer Hartgummistab nur das hellgelbe Lycopodium-Schwefelpulver ausziehen darf; geschieht das nicht, dann ist das Pulver unbrauchbar.

1) Es ist dies pulverisirtes Karmin, welches in der Histologie zum Färben mikroskopischer Präparate Verwendung findet: ein Auszug aus Cochenille.

Ferner müssen schon beim Aufstreuen des Gemisches die roten Hauptkreise der auf die oben erwähnte Weise erzeugten positiven Figuren in viel dunklerem Rot hervortreten als das Rot der Mischung beträgt, und aus letzterer ebenfalls schon beim Aufstreuen die hellgelben Hauptkreise der negativen Figur intensiv hervorleuchten.

Was nun zunächst eine Analyse der Wirkungsweise des Dreipulvergemisches betrifft, so sei erwähnt, dass das Durchstäuben des Gemisches durch Leinwand oder andere Stoffe, wie es meist verlangt wird, sich nicht als notwendig erwiesen hat, indem bei directem Aufstreuen die Figuren gerade so deutlich hervortreten wie beim Durchstäuben, letzteres bietet nur insofern einen Vorteil, als eine gleichmässige Verteilung des Gemisches über die Lackschicht ermöglicht wird. Daher dürfte also die Leinwand in Bezug auf die verschiedenartige Ladung der einzelnen Bestandteile des Gemisches eine wesentliche Rolle nicht spielen, aber auch die Reibung der Teilchen an der Luft nicht, wie man sich durch unmittelbares Auftragen des Gemisches auf die Lackschicht überzeugen kann, vielmehr wird wohl die innere Reibung der einzelnen Bestandteile aneinander die Quelle der Potentialdifferenz abgeben.

Auch eine Orientirung über die Art der Ladung der einzelnen Bestandteile wurde angestrebt, aber nicht mit Hülfe des Elektroskops; zwar sah ich bei einem solchen, das mit einer Zamboni'schen Säule armirt war, Ausschläge des Goldblattes, wenn Bestandteile des Gemisches auf die Elektroskopplatte gestreut wurden, allein es ist schwer zu sagen, ob und wieviel von dieser Ladung auf die Reibung an dem Metall fällt, abgesehen von vielen anderen Fehlerquellen, die schon Kortüm¹⁾ hervorgehoben hat. Dagegen hoffte ich in einfacher Weise mit Benutzung eines geriebenen Glas- und Hartgummistabes Anschluss zu erhalten.

Wurde ein solcher Glasstab dem Karminpulver allein genähert, so begann ein lebhaftes Tanzen der Teilchen, indem diese zuerst angezogen, dann energisch abgestossen wurden, eine geringe Menge feineren Karminstaubes blieb am Glas-

1) Kortüm, Voigt's Magazin für das Neueste aus der Physik und Naturgeschichte 10. (2) p. 1. 1795.

stabe dauernd haften. Ganz ähnlich war die Erscheinung, wenn ein geriebener Hartgummistab genähert wurde. Ob das Karmin zuerst durch Leinwand gestäubt wurde oder nicht, war auf den eben geschilderten Effect ohne bemerkbaren Einfluss.

Untersuchte man auf gleiche Weise Lycopodium, so sah man dieses sowohl vom Glas- wie vom Hartgummistabe angezogen werden, ähnlich wie Eisenfeilspäne von einem Magneten, geradeso blieb es auch haften; man konnte aber auch hier beobachten, dass die äussersten Teilchen des haftenden Lycopodiums gelegentlich geradezu abgeschossen wurden, also auch hier eine Anziehung von einer Abstossung gefolgt war.

Endlich verhielt sich Schwefel gegenüber dem elektrischen Glas- und Hartgummistabe völlig indifferent, selten, dass man ein Körnchen auf einen der Stäbe überspringen sah. Auch für Lycopodium und Schwefel schien es gleichgültig zu sein, wenigstens was die eben geschilderten Verhältnisse betrifft, ob sie vorher durch Leinwand durchgestäubt wurden oder nicht.

Gemische von Karmin + Lycopodium, Karmin + Schwefel, Lycopodium + Schwefel in den Verhältnissen, wie sie im Dreipulvergemische enthalten sind, wurden von beiden Stäben in der Hauptsache angezogen, also in ihnen auch der Schwefel, der sich vorher ablehnend verhielt. Man kann sich bei letzterem Gemisch von der Art der am Stabe haftenden Bestandteile, die sich ohne weiteres nicht so leicht unterscheiden lassen, überzeugen, wenn man den betreffenden Stab über einer nicht leuchtenden Bunsenflamme abklopft: die kleinen blauen Flämmchen in der grossen Flamme und der Geruch nach Schwefeldioxyd lassen über die Natur des Stoffes keinen Zweifel, Lycopodium dagegen verbrennt in mehr gelblichen Flämmchen.

Ich habe Grund anzunehmen, dass differente Ladungen bei diesen Zweipulvergemischen gar nicht, oder wenigstens nicht bis zur sichtbaren Wirkung stattfinden: dafür spricht ihr gleichartiges Verhalten gegen die beiden verschieden elektrischen Stäbe, dann aber auch der Umstand, dass sie auf den vom Oeffnungsinductionsstrom erzeugten positiven und negativen Figuren nicht different, sondern in der Farbe des Gemisches hafteten. Dass der Schwefel, der allein nicht an-

gezogen wurde, in den Zweipulvergemischen mit übersprang, hatte seinen Grund wohl darin, dass er von den anderen leicht beweglichen Stoffen mitgerissen wurde. Ohne Zweifel wird er allein auch angezogen, da er aber schwerer ist, auch die Kraft, mit welcher die Teilchen aneinander haften, grösser zu sein scheint, so erfährt diese Anziehung keinen sichtbaren Ausdrück.

Sofort traten aber differente Ladungen auf, sowie die drei Pulver in den obengenannten Verhältnissen gemischt wurden.

Zweifellos fällt dabei dem Lycopodium eine bestimmende Rolle zu. Man füge zu den Gemischen Ultramarin und Schwefel, Zinnober und Schwefel, Schweinfurter Grün und Schwefel, Mennige und Schwefel, die allein auf die Ladungen gestäubt, kaum Farbdifferenzen erkennen lassen, Lycopodium hinzu und man wird viel bessere Differenzirungen erhalten.

Das Gemisch Ultramarin—Schwefel—Lycopodium färbte dabei die vom Oeffnungsinductionsstrom erzeugten positiven Figuren gelb—blau—gelb, die negativen blau—gelb—blau, das Gemisch Zinnober—Schwefel—Lycopodium die positiven Figuren gelb—rot—gelb, die negativen rot—gelb—rot, das Gemisch Schweinfurter Grün—Schwefel—Lycopodium die positiven Figuren gelb—grün—gelb, die negativen grün—gelb—grün, das Gemisch Mennige—Schwefel—Lycopodium die positiven Figuren gelb—rot—gelb, die negativen rot—gelb—rot. Man sieht aus diesen Beispielen, dass das Schwefel—Lycopodiumpulver in der Hauptsache, wie bei den reinen Lichtenberg'schen Figuren besonders schön zu constatiren ist, die negative Ladung färbt, also selbst wohl positiv elektrisch wird, während der typische Farbstoff stets die positive Ladung überdeckt, also selbst zum Träger negativer Elektrizität geworden ist.

Auffallend war nun folgende Thatsache. Bekanntlich färbt das Villarsy'sche Gemisch, Mennige und Schwefel, die positiven Lichtenberg'schen Figuren gelb, die negativen rot, daher wird Mennige selbst in dem Gemische positiv elektrisch sein, Schwefel dagegen negativ. Fügte man nun aber zu diesem Gemische Lycopodium hinzu, so kehrten sich, wie bei der Bestäubung zu erkennen ist, die Verhältnisse um, indem Mennige (wohl mit etwas Schwefel untermischt) jetzt die posi-

tive Figur rot, Lycopodium—Schwefel die negative Figur gelb färbte. Der Umstand, dass gerade die reichverästelte positive Lichtenberg'sche Figur in einer intensiveren Farbe erscheint, lässt die Schönheit derselben um so mehr hervortreten. Diese corrigirende und verbessernde Rolle, die das Lycopodium spielt, ist immerhin eine auffallende Erscheinung.

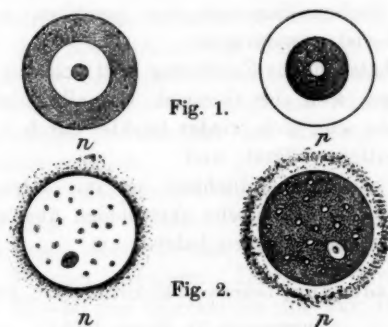
Eine zureichende Erklärung der Wirkungsweise des Dreipulvergemisches zu geben, dazu fehlen mir jetzt noch genügend experimentelle Daten und auch vorerst die Zeit, um diese beizubringen. Ich begnüge mich daher mit der Mitteilung der constatirten Thatsachen und füge nur noch einige Beobachtungen über Staubfiguren hinzu, die ich durch das Dreipulvergemisch sichtbar machen konnte.

Vollkommen reine positive Lichtenberg'sche Figuren habe ich erhalten, wenn eine mit dem positiven Pol einer Influenzmaschine verbundene Kugelelektrode auf einen etwa $\frac{1}{2}$ cm dicken dunklen Schellackkuchen während der Rotation der Maschine aufgesetzt wurde, wobei die negative Elektrode mit dem Kuchenblech in leitender Verbindung stand. Die reichverästelte Figur war nach dem Aufstäuben des Dreipulvergemisches intensiv rot gefärbt und auf dem dunklen Grunde scharf abgegrenzt.

Liess man aus einer mit dem einen Pol der Influenzmaschine verbundenen Kugelelektrode auf eine mit Asphaltlack überzogene Metallplatte, von der ein Draht zum negativen Pole der Maschine führte, Funken auf die Lackschicht überspringen, wobei diese, meist sichtbar, durchschlagen wurde, so traten nach dem Aufstäuben gelegentlich wunderschöne Staubfiguren hervor, die in Fig. 1 schematisch wiedergegeben sind. Bei den negativen Figuren (*n*) folgte auf ein rotes Centrum ein hellgelber Ring, der wiederum von einem roten eingefasst war. Die positiven (*p*) Figuren waren charakterisirt durch ein gelbes Centrum mit darauffolgendem roten Ring, den wieder ein hellgelber einschloss. Es entsprachen diese Figuren vollkommen den mit dem Inductionsapparate erhaltenen, nur waren sie viel grösser und meist regelmässiger gezeichnet.

Wählte man statt der Kugelelektrode eine Spitzenelektrode, dann veränderten die Figuren ihr Aussehen völlig. Fig. 2 giebt eine schematische Reproduction derselben. Die

negative Figur (n) präsentierte sich als hellgelbe Scheibe mit eingesprengten roten Punkten, von denen einer gewöhnlich die anderen an Grösse übertraf und gelegentlich auch noch ein hellgelbes Centrum erkennen liess. Dabei war die bei langsamer Rotation der Influenzmaschine meist kreisrunde Scheibe noch von einem roten Hofe umgeben. Die positive Figur (p) hatte denselben Charakter, was die Zeichnung betrifft, die Farben standen umgekehrt: der roten Scheibe waren hellgelbe Punkte eingesprengt und ein hellgelber Hof umgab die Scheibe. Wurden die überspringenden Funken zu gross, dann breiteten sich die Figuren oft weit aus, confluirten mit benachbarten und konnten merkwürdige Formen annehmen.



Wesentlich für das Zustandekommen der Figg. 1 und 2 scheint die Beschaffenheit der Lackschicht zu sein. Im allgemeinen sah ich die Figuren mit der Dicke der Lackschicht bis zu einer gewissen Grenze grösser werden, dabei hafteten die Ladungen sehr fest; selbst wenn die Platte durch eine Flamme gezogen war, zeigte die darauffolgende Bestäubung oft noch Spuren der vorhergegangenen Ladung.

Ich bemerke, dass es mir nicht gelungen ist, mit dem Villarsy'schen Gemische Mennige—Schwefel die Figuren auch nur annähernd in dieser Schönheit sichtbar zu machen, kaum, dass die Umrisse angedeutet sind, von Farbendifferenzen war nichts zu constatiren.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass die Figg. 1 und 2 ihrem inneren Wesen nach identisch sind mit den in Wiede-

manns „Lehre von der Elektrizität“¹⁾ abgebildeten, auf einer Metallplatte erzeugten Pristley'schen Ring- oder Schmelzfiguren.

Ergebnisse.

Die Verwendung des Dreipulvergemisches, um elektrische Figuren sichtbar zu machen, scheint mir also auf Grund der damit gewonnenen Erfahrungen gegenüber dem bisher meist angewandten Villarsy'schen Gemisch Mennige—Schwefel wesentliche Vorteile zu bieten (abgesehen davon, dass das beim Aufstäuben unvermeidliche Einatmen des Mennigestaubes, einer Bleiverbindung, der Gesundheit nicht gerade zuträglich ist), denn:

1. die Farbendifferenzen der positiven und negativen Figuren sind viel ausgeprägter;
2. die thatsächliche Zeichnung tritt schärfer hervor, wohl auch deswegen, weil das Gemisch von allen den Stellen, wo es nicht haften soll, sich wieder leichter durch Abklopfen oder Wegblasen entfernen lässt; und
3. auch an Empfindlichkeit ist das Dreipulvergemisch dem Villarsy'schen Gemische entschieden überlegen, wie vergleichende Versuche ergeben haben.

1) G. Wiedemann, Lehre v. d. Elektrizität 4. 3. Aufl. p. 727—729.

(Eingegangen 31. Januar 1900.)

6. Die Dielektricitätsconstante des Wasserstoff-superoxyds; von H. T. Calvert.

Die Constitution des Wasserstoffsuperoxyds ist eine der vielen Fragen, welche das Studium dieses Körpers aufwirft, und die seit langer Zeit viel umstritten worden ist. Auf die verschiedenen Ansichten hierbei soll nicht näher eingegangen werden, da ich beabsichtige, sie an anderer Stelle ausführlicher zu behandeln.

Seine Dielektricitätsconstante gewinnt ein erhöhtes Interesse seit der Speculation von Brühl¹⁾, welche auf der Vierwertigkeit des Sauerstoffs beruht. Da ich während der Ausführung meiner Arbeit mir möglichst reines Wasserstoffsuperoxyd darstelle, so erschien eine Messung seiner Dielektricitätsconstante möglich.

Das Wasserstoffsuperoxyd wurde im wesentlichen nach der von Bredig und Müller von Berneck²⁾ an zweiter Stelle angegebenen Methode aus dem rohen käuflichen dreiprocentigen Product erhalten. Dasselbe wurde bei einem Drucke von 30—50 mm Quecksilber bis zur Trockenheit auf dem Wasserbad abdestillirt; hierbei wird nur die zweite Hälfte des Destillats verwendet, weil sie allein eine in Betracht zu ziehende Menge Wasserstoffsuperoxyd enthält. Das Destillat wird mit Barytwasser alkalisch gemacht und dann reine Kohlensäure im Ueberschuss eingeleitet. Die nun erhaltene Lösung wurde bis auf ungefähr drei Viertel ihres Volumens durch Abdestilliren bei vermindertem Druck eingeengt, und nach dem Abfiltriren vom ausgeschiedenen Baryumcarbonat, wie bei dem rohen Product, bis zur Trockenheit abdestillirt.

So erhielt ich ein 4,5 procentiges Destillat (d. h. 4,5 g H_2O_2 auf 100 ccm Lösung) von der specifischen Leitfähigkeit $k = 1,5 \cdot 10^{-7}$,

1) J. W. Brühl, Ber. d. Deutsch. chem. Gesellsch. 28. p. 2847 u. 2866. 1895; 30. p. 162. 1897.

2) G. Bredig u. R. Müller von Berneck, Zeitschr. f. phys. Chem. 31. p. 271. 1899.

bezogen auf Quecksilber. Dieselbe wurde nach der Methode von Kohlrausch bestimmt in einem Arrhenius'schen Gefäß mit blanken Platinelektroden, um die Zersetzung herabzudrücken. Das Präparat änderte noch seine Leitfähigkeit, wenn die Destillation wiederholt wurde, und erst nach zweimaliger Destillation bei gleichem Drucke von 30—50 mm verblieb kein fester Rückstand im Destillirkolben. Ich erhielt dann als spezifische Leitfähigkeit $k = 2,89 \cdot 10^{-8}$ bei einer gleichen Concentration von 4,5 Proc. Diese Leitfähigkeit ist grösstenteils dem Wasserstoffsuperoxyd zuzuschreiben, denn wenn man eine Probe in einer Schale von Platin eindampft, welches seine vollständige Zersetzung hervorruft, so erhält man einen Wert, welcher dem der Leitfähigkeit des Wassers sehr nahe liegt.

Zur Messung der Dielektricitätsconstante ist eine concentrirte Lösung vorteilhaft, welche auf folgenden zwei Wegen bereitet wurde:

Probe I wurde in einer Porzellanschale auf dem Wasserbad eingedampft bis die Concentration den Wert 29,58 Proc. erreicht hatte, welchen man durch Titration mit Kaliumpermanganat bestimmte. Ihre spezifische Leitfähigkeit war schwer zu messen wegen der an den Platinelektroden stattfindenden Zersetzung. Unter Umrühren der Lösung wurde sie zu annähernd $2,6 \cdot 10^{-6}$ bestimmt.

Probe II war durch Destillation bei 30—50 mm Quecksilber auf dem Wasserbad eingeeengt; diese Methode erwies sich besser wie die erste, denn die Leitfähigkeit dieser Probe ergab sich zu $11 \cdot 10^{-8}$ bei einer Concentration von 45,9 Proc. (d. h. 45,9 g H_2O_2 in 100 ccm Lösung). In diesem Falle diente als Leitfähigkeitsgefäß ein kleiner, dem Drude'schen Apparat¹⁾ angehöriger Condensatorkolben mit Platindrahtelektroden, wobei die Gasentwicklung eine äusserst minimale ist; durch Klopfen des Gefässes lassen sich die Sauerstoffbläschen vollständig von den Elektroden entfernen. Die Dichte dieser 45,9 proc. Lösung war 1,144 bei 18°, bei welcher Temperatur sämtliche Messungen ausgeführt wurden. Die eigentliche Messung der Dielektricitätsconstante wurde von Hrn. Prof. Drude nach

1) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chem. 23. p. 267. 1897.

seiner zweiten Methode¹⁾ ausgeführt, und für seine Freundlichkeit sei es mir an dieser Stelle gestattet, meinen besten Dank auszusprechen. Die erhaltenen Resultate sind folgende:

Bei Anwendung elektrischer Wellen der (in Luft gemessenen) Wellenlänge $\lambda = 75$ cm zeigte sich nur eine Spur elektrischer Absorption. Dieselbe war aber völlig normal, d. h. entsprach völlig der Leitfähigkeit der Lösung. Die Dielektricitätsconstante derselben ergab sich (bei 18° C.) zu 84,7. Wegen langsam eintretender Gasentwicklung an den blanken Platindrähten des Messkölbchens wurden die Gasblasen vor jeder Ablesung durch Klopfen entfernt. Ihr Einfluss würde sich darin geäußert haben, dass die Dielektricitätsconstante sich zu *klein* ergeben würde. In der That veränderten sich die Einstellungen des Messkölbchens langsam, aber continuirlich in diesem Sinne, wenn man eine längere Zeit (etwa 5 Minuten) am Kölbchen nicht klopfte. Es kann daher sein, dass die Zahl 84,7 vielleicht noch etwas (aber jedenfalls unter 1 Proc.) zu klein ist.

Um die Dielektricitätsconstante des reinen H_2O_2 zu finden, kann man mindestens sehr annähernd mit der Mischungsregel nach Volumenprocenten rechnen, da sich auch die beobachtete Dichte (1,144) nach dieser Regel berechnet, wenn man nach Spring²⁾ die Dichte des reinen H_2O_2 zu 1,5 annimmt. Mit Benutzung dieser Zahl folgt, dass in der untersuchten Lösung das Verhältnis der Volumina von H_2O_2 zu H_2O gleich 27:60 war. Daher ergibt sich nun mit Hülfe der Mischungsregel nach Volumenprocenten, da die Dielektricitätsconstante des H_2O (bei 18°) gleich 81 ist, die *Dielektricitätsconstante des reinen H_2O_2 zu 92,8.*

Dieses Resultat, dass *Wasserstoffsuperoxyd eine wesentlich grössere Dielektricitätsconstante besitzt, als Wasser, und dass es keine anomale elektrische Absorption zeigt*, steht im Einklang mit den Erwartungen Brühl's, welcher keine Hydroxylgruppen im H_2O_2 annimmt und welcher für H_2O_2 wegen disponibler Valenz eine abnorm grosse Dielektricitätsconstante vermutet hat.

1) P. Drude, l. c.

2) W. Spring, Zeitschr. f. anorgan. Chem. 8. p. 427. 1895.

(Eingegangen 9. Februar 1900).

7. Ueber Wirkungen des ultravioletten Lichtes auf gasförmige Körper; von P. Lenard.

1. Die Kathodenstrahlen waren ein erstes Beispiel einer Strahlung, welche die sie verschluckende Luft in einen eigentümlichen Zustand versetzt, dem ähnlich, welchen elektrostatische Kräfte in ihr hervorbringen können. Die Luft wird elektrisch leitend, ihr Sauerstoff wird teilweise zu Ozon und es bilden sich Kerne der Dampfcondensation in ihr. Mehrere andere Strahlungsarten von gleicher Wirkung sind seither aufgefunden worden, aber es ist, soviel mir bekannt, unbemerkt geblieben, dass auch eine dem sichtbaren Licht sehr nahe verwandte Strahlung dieser selben Wirkungen fähig ist.

I. Nebelkernbildung.

2. Versuche über das „Zerstäuben der Körper durch das ultraviolette Licht“ hatten Hrn. M. Wolf und mir vor längerer Zeit die folgende Erscheinung gezeigt.¹⁾ Das Licht elektrischer Funken trat durch ein Quarz- oder Gyps Fenster in einen sonst von der Lichtquelle abgeschlossenen Raum, in welchen sich ein Wasserdampfstrahl befand, der aus der Spitze eines Glasrohres in die Luft trat. Mit dem Einsetzen des Lichtes erfolgte kräftig diejenige Wirkung auf den Dampfstrahl, welche nach Aitken's und R. v. Helmholtz' Untersuchungen²⁾ das Vorhandensein von Condensationskernen in der ihn umgebenden Luft anzeigt: Die sonst nebelige und verwaschene Gestalt des Strahles wird wolkig und besser begrenzt und sein sonst mattes Grau geht in schimmernde Farben oder gar helles Weiss über, Veränderungen, welche dem etwas geübten Auge bei zweckmässiger Beleuchtung sehr auffällig sind. Es war unwesentlich für das Eintreten der Wirkung, ob der

1) P. Lenard u. M. Wolf, Wied. Ann. 37. p. 447—451. 1889.

2) N. Aitken, Trans. Roy. Soc. Edinburgh 30. p. 337. 1881. — R. v. Helmholtz, Wied. Ann. 32. p. 1. 1887.

Dampfstrahl und sein Rohr in dem aus dem Fenster tretenden Lichtbündel sich befanden oder völlig ausserhalb desselben; um eine directe Wirkung des Lichtes auf den Dampfstrahl handelte es sich also nicht. Am kräftigsten war die Wirkung in unmittelbarer Nähe des Fensters und nur hier trat sie auch ohne Verspätung, gleichzeitig mit dem Einsetzen der Funken auf; je weiter aber der Dampfstrahl vom Fenster entfernt war, um so mehr war Verspätung der Wirkung nach Einsetzen und entsprechende Nachdauer derselben nach Aufhören der Belichtung zu bemerken. Aus diesen und den übrigen damaligen Beobachtungen schlossen wir, dass die Oberfläche des Fensters bei der Belichtung zur Quelle der vom Dampfstrahl angezeigten Condensationskerne werde und wir nannten diese Kerne daher kurz Quarzstaub, ohne übrigens damit, wie wir hinzufügten, etwas über ihre Natur aussagen zu wollen. Es gelang uns auch, die Wege der vom Quarzfenster ausgehenden Kerne zu verfolgen und ihre Geschwindigkeiten zu bestimmen, die von sehr geringer Grösse waren, rund 4—10 cm/sec. Da der Quarzstaub das besondere Vorhaben der damaligen Versuche störte, hielten wir ihn durch feste Schirme vom Dampfstrahl ab, was möglich war, ihn aber der weiteren Untersuchung entzog. Ich habe diese Untersuchung seither, und neuerdings mit Erfolg, wieder aufgenommen, worüber das Folgende berichtet.

3. Als Lichtquelle kam vorerst (3.—7.) wieder die von Zinkdrähten gebildete Funkenstrecke eines grösseren, mit Leydener Flaschen versehenen Inductoriums zur Verwendung¹⁾, als Fenster eine 3 mm dicke, planparallele Quarzplatte von 2 cm Durchmesser, luftdicht befestigt in der Oeffnung einer grossen, als Schirm wirkenden Zinkplatte, welche in allen Fällen leitend mit der Erde verbunden ist.

Zunächst ergab sich, wie schon bei den früheren Versuchen, dass eine dünne Glas- oder Glimmerplatte von der Grösse des Fensters, an beliebiger Seite an dasselbe gelegt, die Dampfstrahlwirkung völlig unterdrückt. Eine Wirkung des sichtbaren Lichtes ist dieselbe also nicht.

1) Als Unterbrecher des Primärstromes wurde der von Hrn. Wehnelt angegebene Flüssigkeitsunterbrecher mit Vorteil benutzt.

Weiter aber, was neu ist, verschwindet die sonst sehr kräftige Wirkung auch dann völlig, wenn der Abstand der Funken vom Fenster grösser gemacht wird als etwa 2 cm, woraus folgt, dass auch keine Wirkung des gewöhnlichen ultravioletten Lichtes vorliegt. Denn dieses Licht dringt in viel grössere Entfernungen hinter das Fenster, wie man erkennt, wenn man an Stelle des Dampfstrahles eine negativ geladene, mit einem Elektroskop verbundene Zinkplatte in das Lichtbündel bringt und die bekanntlich durch das ultraviolette Licht ausgeübte entladende Wirkung auf die Platte beobachtet; diese Wirkung, welche durch Glimmer und Glas ebenfalls abzuschneiden ist, reicht bis in die Entfernung mehrerer Decimeter von Funken.

4. Wir stellen nun die Funken ganz nahe am Fenster, etwa in 0,2 cm Entfernung von demselben auf. Die Wirkung ist jetzt intensiv, und befindet sich der Dampfstrahl dicht am Fenster, so erfolgt sie, wie zu erwarten, stets gleichzeitig mit dem Einsetzen des Lichtes. Das letztere bleibt nun aber auch dann noch der Fall, wenn der Dampfstrahl allmählich vom Fenster entfernt wird bis zu einem Abstände von etwa 2 cm; erst ausserhalb der Strecke von 2 cm ist deutliche Verspätung der Wirkung zu beobachten. Entfernen wir nun die Funken in kleinen Stufen mehr und mehr vom Fenster und wiederholen jedesmal den Versuch, so ergibt sich, dass die Strecke der unverspäteten Wirkung in den nämlichen Stufen gegen das Fenster sich zurückzieht, sodass sie, von der Lichtquelle aus gemessen, in allen Fällen etwa 2 cm betrug. Steht die Lichtquelle selber 2 cm vom Fenster ab, so resultirt der in 2. beobachtete Fall der überall, ausser dicht am Fenster, verspäteten Wirkung; steht sie noch weiter ab, haben wir den Fall des Fehlens der Wirkung (3.).

Hiernach wird man nicht mehr geneigt sein, das Quarzfenster als Quelle der vom Dampfstrahl angezeigten Condensationskerne zu betrachten, vielmehr erscheint die durchstrahlte Luftstrecke innerhalb eines bestimmten Abstandes um den Funken herum — 2 cm in Obigem — als diese Quelle, ein Resultat, das später (11.) noch viel deutlicher hervortreten wird.

5. Dass die Wirkung nicht unmittelbar von den elektrischen Kräften der Funken selber ausgeübt wird, ist schon

durch die Undurchlässigkeit dünnen Glases und Glimmers angezeigt (3.) und wird durch die folgenden Versuche bestätigt.

Engmaschiges Drahtnetz, welches das Fenster bedeckt und dabei den Zinkschirm berührt, schwächt die Wirkung kaum und das Gleiche gilt von einer dünnen Schicht destillirten Wassers, mit welcher man die eine oder auch die andere Fläche des Fensters benetzt, oder welche zwischen dem Fenster und einer zweiten, aufgelegten Quarzplatte so gehalten wird, dass sie in dem Zinkschirm eine leitende Fortsetzung zur Erde besitzt.

Auch andere Körper konnten durch Anlegen an das nöthigenfalls durch Blenden aus schwarzem Papier verkleinerte Fenster auf ihre Durchlässigkeit geprüft werden. Welche Seite des Fensters dabei benutzt wurde, war ohne Einfluss.

Durchlässig waren Quarzschichten bis zu etwa 10 mm Dicke, gleichgültig welches die Richtung ihrer Krystallaxe und ihr optischer Drehungssinn war. Besonders auffallende Durchlässigkeit zeigten Krystallplatten aus Steinsalz, Gyps, Flussspat, durch welche die Wirkung sogar auf grössere Entfernungen fortgeleitet werden konnte als durch Luft; so durch Steinsalzsichten von 25 mm Dicke sehr deutlich, durch eine Gypsschicht von 22 mm Dicke fast ohne Schwächung, während doch 20 mm Luft die Wirkung ganz auslöschten. Unter einer Anzahl klarer Stücke farblosen Steinsalzes fanden sich indessen auch einige, die bei einer Dicke von nur 5 mm undurchlässig waren.

Undurchlässig waren auch gewöhnliches Blatthaluminium, trockenes und feuchtes Seidenpapier, schwarzes Papier, Gelatine von 0,06 mm Dicke, dünnes klares Celluloid, dünner schwarzer Glimmer, klare Platten aus Beryll von 4 mm Dicke, Arragonit von 2 mm Dicke, Kalkspat von 4 mm Dicke.

Um Flüssigkeiten zu prüfen, wurde der Schirm mit dem Quarzfenster horizontal gelegt, die Funken unter, der Dampfstrahl in horizontaler Richtung über demselben angebracht. Die Flüssigkeiten konnten dann unmittelbar die obere Fläche des Fensters bedecken. Glycerin, Seifenlösung hielten so alle Wirkung ab, ebenso concentrirte oder verdünnte Kochsalzlösungen, letztere selbst in dünnster Schicht zwischen dem Fenster und einer aufgedrückten ebenen Quarzplatte ein-

geschlossen.¹⁾ Das in dünner Schicht durchlässige Wasser wurde undurchlässig bei 1,3 mm Schichtendicke, die undurchlässige Seifenlösung durchlässig in Form von Lamellen, welche Farben, wenn auch hoher Ordnung, zeigten.

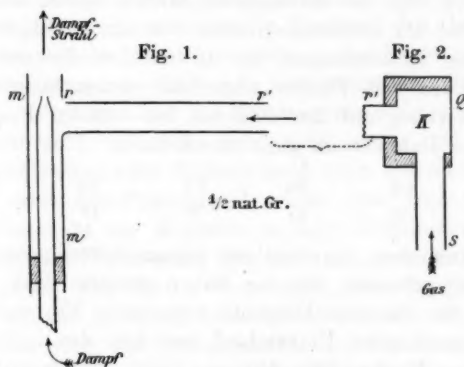
6. Trübung bewirkt Undurchlässigkeit. — Eine Steinsalzplatte von 3,5 mm Dicke verlor durch grobes Mattschleifen einer ihrer Flächen fast völlig ihre vorherige Durchlässigkeit; ob die matte oder die blanke Seite der Platte dem Dampfstrahl zugewendet war, war gleichgültig. Grobes Gypspulver, durch Zerdrücken eines sehr durchlässigen Krystalles hergestellt, war in 4 mm dicker Schicht völlig undurchlässig.

7. Die Wirkung geht durch das Vacuum. — An Stelle des bisherigen einfachen Fensters wurde ein Doppelfenster gesetzt, bestehend aus zwei planparallelen, 3 mm dicken Quarzplatten in 7 mm Abstand voneinander. Der Raum zwischen den Platten konnte mit der Quecksilberluftpumpe evacuirt werden. Solange er Luft enthielt war keine Wirkung der 3 mm von der ersten Quarzfläche entfernten Funken zu bemerken, bei allmählichem Evacuiren erst trat die Wirkung auf; sie war deutlich bei 300 mm Quecksilberdruck, kräftig bei 65 mm und allen geringeren Drucken bis zur erreichbaren Grenze herab. Einlassen von Luft brachte die Wirkung zum Verschwinden, neues Evacuiren liess sie wieder hervortreten. Einlassen von Wasserstoffgas, auch bis zu vollem atmosphärischen Druck, war dagegen kein Hindernis für kräftige Wirkung.

8. Nach den Resultaten der vorhergehenden Versuche gehört die Luft zu den nicht unbeträchtlich absorbirenden Körpern; sie ist undurchlässiger als Flussspat, Gyps, Steinsalz (5.), Wasserstoffgas (7.). In Bezug auf die hier studirte Wirkung erscheint diese Absorption als ein Umsetzungsprocess, denn es verschwindet in der Luft diejenige ursprüngliche Form der von den Funken ausgehenden Wirkung, welche für die Dampfstrahlwirkung als Ursache gilt und auf welche unsere Durchlässigkeitsangaben sich beziehen, und es erscheinen in ihr (4.) die Nebelkerne, welche der Dampfstrahl anzeigt.

1) Die Kochsalzlösung war aus einem durchlässig befundenen Krystallstück hergestellt. Ueber den Gegensatz in der Durchlässigkeit des festen und gelösten Kochsalzes für ultraviolettes Licht vgl. H. Hertz, Ges. Werke 2. p. 77.

Was aber jene ursprüngliche Form der Wirkung anlangt, so kann dieselbe, wenn sie mit Bekanntem überhaupt identisch ist, nach den mitgeteilten Erfahrungen nur ultraviolettes Licht aus demjenigen höchst brechbaren Spectralgebiete sein, dessen Erschliessung Hrn. V. Schumann's Verdienst ist. Für dieses Spectralgebiet ist charakteristisch die ungewöhnlich kräftige Absorption in fast aller Materie, die Luft eingeschlossen, während nur vereinzelte Körper, wie Flussspat, Gyps, Wasserstoffgas als gut durchlässig gefunden wurden.¹⁾



9. Den Nachweis der geradlinigen Ausbreitung und der Brechbarkeit zu versuchen, war es zunächst erwünscht, die Wirkung in grösseren Entfernungen als bisher zu erhalten. Hierin konnte zunächst Vorteil erzielt werden durch Anbringung einer zweckmässigeren Primärwicklung im Inductorium; es ver fünffachte dies die bisher in Luft erreichte Entfernung. Eine weitere Verbesserung betraf den Dampfstrahl. Die Ansatzstelle desselben wurde mit einem gläsernen Mantel umgeben, *mm* Fig. 1, in welchen die zu prüfende Luft durch das Seitenrohr *rr'* vom Dampfstrahl selber eingesogen wird. Die Empfindlichkeit des Dampfstrahles an sich wird dadurch allerdings nicht vergrössert, aber es wird die Sicherheit erlangt, dass die dem Dampfstrahl zugeführte Luft wirklich der jeweils

1) V. Schumann, Sitzungsber. d. k. Akademie d. Wissensch. zu Wien. II. 102. p. 415 u. 625. 1893.

gewünschten Stelle des Raumes entstammt, an welche man nun die einsaugende Mündung r' zu bringen hat¹⁾, während der freie Dampfstrahl die Luft in etwas unregelmässiger Weise aus seiner Umgebung ansaugt. Die Wirksamkeit der Vorrichtung beruht offenbar darauf, dass die in einem Luftvolumen einmal erzeugten Nebelkerne nicht sofort aus demselben verschwinden (vgl. 2., 4., 11.). Endlich wird von jetzt ab als Fenster eine Quarzplatte von nur $\frac{1}{2}$ mm Dicke und 2 cm Durchmesser vorausgesetzt.

10. Mit den so verbesserten Mitteln wurde eine Reihe von Metallen als Funkenelektroden versucht. Folgendes sind die grössten Entfernungen, bis zu welchen die stets 2 mm langen Funken vom Fenster abgerückt werden konnten, ohne dass die Wirkung auf den dicht an der anderen Fensterseite befindlichen Dampfstrahl ganz verschwand.

Al	Cd	Sn	Pb	Zn	Mg
50	36	27	20	18	12 cm

Im Aluminium ist somit ein weitaus vorteilhafteres Elektrodenmetall gefunden, als das bisher benutzte Zink, welches wir daher für das nun Folgende verlassen. Ein anderer als nur der quantitative Unterschied zwischen den Lichtern der verschiedenen Funken kam übrigens nicht zum Ausdruck (vgl. 12c). So hielt eine 0,03 mm dicke Glimmerplatte auch die in kurzer Distanz ausgeübte, äusserst intensive Wirkung der Aluminiumfunken völlig ab und auch die anderen oben mit Zinkfunken auf ihre Durchlässigkeit geprüften Körper ergaben, zum grösseren Teil mit Aluminium- und Magnesiumfunken wieder versucht, nichts Neues.

11. Art der Ausbreitung. — Befinden sich die kurzen Aluminiumfunken in grösserer Entfernung vom Fenster, sagen wir 20 cm, so können undurchlässige Körper leicht so zwischen beide eingeschoben werden, dass deren sichtbarer Schatten auf der Fensterfläche scharf begrenzt erscheint. Ich habe den Versuch mit Diaphragmen und Schirmen von kreisförmiger

¹⁾ Es wird der Ort der einsaugenden Mündung im Folgenden manchmal kurz als Ort des Dampfstrahles bezeichnet. Auch soll es sich durchweg von selbst verstehen, dass Dampfstrahl und Lichtquelle auf entgegengesetzten Seiten des Fensters befindlich sind.

und geradliniger Begrenzung aus Papier und Metall durchgeführt und gefunden, dass dieselben solange ganz ohne Einfluss blieben auf die Dampfstrahlwirkung, als ihr Schatten keinen Teil der freien Fensteroberfläche bedeckte und dass die Wirkung jedesmal dann und nur dann völlig verschwand, wenn die ganze Fensteroberfläche beschattet war.

Das auf der Dampfstrahlseite aus dem Fenster dringende Lichtbündel ist bei obigem Abstand der Funken ebenfalls sehr scharf begrenzt; es liess sich an demselben, in Entfernungen bis zu etwa 15 cm vom Fenster, Folgendes beobachten. Befindet sich zuerst die einsaugende Mündung des Dampfstrahlmantels ausserhalb des Lichtbündels, in der Entfernung einiger Centimeter davon, so erhält man nur verspätete, oft unsichere Reaction. Wird zweitens die Mündung bis dicht an das Lichtbündel gebracht, so aber, dass noch immer kein Teil des Dampfstrahlrohres oder Mantels noch auch ein anderer fester Körper, oder der Dampfstrahl selber vom Lichte getroffen werden, so tritt die Reaction in aller Regelmässigkeit und ohne merkbare Verspätung zugleich mit dem Einsetzen der Funken auf. Ein Luft-, Sauerstoff- oder Leuchtgasstrom, welcher aus der Mündung eines Schnittbrenners zwischen dem Lichtbündel und der einsaugenden Rohrmündung quer an letzterer vorbeibläst, hält ganz die Wirkung ab. Wird aber endlich der Dampfstrahl so aufgestellt, dass das Licht in das Innere des einsaugenden Rohres strahlt, so ist der Luftstrom kein Hindernis mehr für die übrigens wieder ohne Verspätung eintretende Wirkung.

Diese Versuche scheinen mir deutlich zu zeigen, dass die wirksamen, vom Funken geradlinig ausgehenden Strahlen ihren Weg durch die Luft überall mit Kernen der Dampfcondensation erfüllen, welche, einmal entstanden, auch aus dem Strahlenbündel herauswandern und mit der Luft fortströmen können (vgl. 2., 4., 9.).

12. Brechbarkeit. — Schon mit den verstärkten Zinkfunken (9), welche in 10 cm Abstand noch Wirkung erzeugten, war festzustellen, dass die bei 20 cm Abstand verschwundene Wirkung wieder zum Vorschein kam, wenn eine Quarzlinse in geeigneter Stellung zwischen Funken und Dampfstrahl eingeschoben wurde.

Um die so **nachgewiesene** regelmässige Brechbarkeit der wirksamen Strahlen quantitativ zu **erforschen**, habe ich der sonst gebräuchlichen Spectrometeranordnung die **einfache Linse** vorgezogen. Je eine Quarz-, Steinsalz- und Flussspatlinse von kurzer Brennweite kam zur Verwendung, alle waren biconvex gleichgekrümmt und im Durchmesser auf 2,4 cm abgeblendet. Object-, bez. Bildabstand wurden so gewählt, dass die chromatische Aberration stark zur Geltung kam. Object sind die Funken; den Ort des Bildes kennzeichnet eine Blende aus Glimmer, jedesmal sehr nahe von solchem Oeffnungsdurchmesser, dass dieser sich verhielt zur Funkenlänge, wie der Bildabstand zum Objectabstand. Es wurde so erreicht, dass jedesmal nur diejenigen Strahlen ungehindert die Blende passiren konnten, in deren Bildebene sie sich befand, während die anders brechbaren Strahlen als Zerstreuungskreise auf ihr aufgefangen wurden. Die Blende selbst ist stets an der Fensterfläche befestigt, aus deren Nähe der Dampfstrahl die Luft entnimmt. Funken und Blende wurden der Einfachheit halber unverrückt belassen, nur die Linse verschoben.

Es zeigte sich sogleich, dass die wirksamen Strahlen weit brechbarer waren als die sichtbaren. Denn befand sich das sichtbare Bild der Funken in der Blendenöffnung, so fehlte die Wirkung und sie erschien erst nach solcher Verschiebung der Linse, dass das sichtbare Licht noch weit vor seiner Vereinigung als grosser Zerstreuungskreis auf die Blendenoberfläche fiel.

Folgendes waren die quantitativen Resultate:

a) Quarzlinse, senkrecht zur Axe geschliffen; centrale Dicke 0,70 cm. Beobachtung in freier Luft. Quarzplatte von $\frac{1}{2}$ mm Dicke als Fenster.

Aluminiumfunken von 2 mm Länge	Object- abstand von der Linsenmitte	Bild- abstand	Brechungs- exponent <i>n</i>	Wellen- länge λ
	cm	cm		mm
Maximum der Wirkung	19,65	7,15	1,68	0,00018
Optische Einstellung mit Natriumlicht	15,65	11,15	(1,544)	—

Die Berechnung des in der vorletzten Columnen angegebenen Brechungsexponenten stützt sich hier, wie in den folgenden Fällen, auf den in der letzten Zeile der Tabellen vermerkten Versuch, bei welchem eine durch Natriumlicht erhellte Kreisöffnung von etwa der Grösse der Funken Gegenstand, durchscheinendes Papier Bildschirm war und die Einstellung auf kleinsten Durchmesser des Bildes gesucht wurde. Der Brechungsexponent für Natriumlicht wurde mit dem eingeklammerten Werte in die Rechnung gesetzt, in welcher auch die Dicke der Linse berücksichtigt ist.

b) Steinsalzlinse; centrale Dicke 0,90 cm. Beobachtung in freier Luft. Quarzplatte von $\frac{1}{2}$ mm Dicke als Fenster.

Aluminiumfunken von 2 mm Länge	Object- abstand von der Linsenmitte	Bild- abstand	Brechungs- exponent <i>n</i>	Wellen- länge λ
	cm	cm		mm
Aeusserer Grenze der Wirkung	16,9	3,75	2,03	0,00016
Maximum der Wirkung	16,3	4,4	1,90	0,00017
Innere Grenze der Wirkung	15,5	5,15	1,80	0,00019
Opt. Einstellung m. Na-Licht	15,8	8,55	(1,544)	—

c) Flusspatlinse, farblos, jedoch nicht frei von Sprüngen und kleinen Trübungen; centrale Dicke 0,70 cm.

Hier wurden die Versuche etwas weitergehend variiert. Die Linse war dazu im Inneren eines mit mattschwarzem Papier ausgekleideten Glasrohres verschiebbar, dessen beide Enden mit klaren, farblosen, planparallelen Flusspatplatten von 3 mm Dicke verschlossen waren und welche evacuirt oder mit Gasen gefüllt werden konnte. In 1 cm Abstand von der einen Verschlussplatte, also stets in freier Luft, stand der Funke, an der äusseren Fläche der anderen Platte war die Glimmerblende befestigt.¹⁾ Es wurden Funken zwischen Al, Zn, Cd und Mg benutzt, die ersteren beiden bei Luft-, Wasser-

1) Wegen der Brechung in den Verschlussplatten waren die in der Tabelle gegebenen beobachteten Object- und Bildweiten zur Berechnung der *n* zu corrigiren. Es wurden beide vermindert um $D(n-1)/n$, wo *D* die Dicke der Platten, *n* der ohne die Correction berechnete bez. für Natriumlicht schon bekannte Brechungsexponent ist.

stoff- und Vacuumfüllung des Rohres, die letzteren beiden nur bei Vacuumfüllung, worunter hier eine mit der Wasserluftpumpe auf etwa 20 mm Quecksilberdruck gebrachte Wasserstofffüllung zu verstehen ist. Die verschiedenen Metalle ergaben keine deutlich verschiedenen Lagen des Maximums und der Grenzen der Wirkung (vgl. 10.), ebenso nicht Wasserstoff- und Vacuumfüllung des Rohres; die Resultate dieser Fälle sind daher in der folgenden Zusammenstellung zu Mittelwerten vereinigt. Das Gleiche gilt von der zweiten wirksamen Lage der Linse zwischen Object und Bild, welche hier in einigen Fällen aufgesucht wurde und wobei Vertauschung von Object- und Bildabstand resultirte.

Funken verschiedener Metalle von 0,5 bis 2 mm Länge	Füllung des Rohres	Object- abstand von der Linsenmitte	Bild- abstand	Brechungs- exponent <i>n</i>	Wellen- länge λ
		cm	cm		mm
Äußere Grenze der Wirkung	H ₂ oder { Vacuum {	3,91	23,72	1,62	0,00016
Maximum " "		4,41	23,22	1,55	0,00016
Äußere Grenze " "	Luft {	4,51	23,12	1,54	0,00016
Maximum " "		4,76	22,87	1,52	0,00016
Innere Grenze " "	H ₂ , Vac. oder Luft {	4,91	22,72	1,50	0,00016
Optische Einstellung mit Natriumlicht		5,87	21,76	(1,434)	—

13. Die gefundenen Brechungsexponenten zeigen, dass das Spectralbereich der Wirkung nahe dort beginnt, wo die vorhandenen Dispersionsmessungen im Ultraviolett enden. In der That sind so brechbare Strahlen, wie die hier wirksamen, bisher überhaupt nur in Hrn. Schumann's Spectraufnahmen zur Untersuchung gelangt, welche, wie bekannt, im evacuirten Spectrographen erzielt wurden.

Die in der letzten Columnne der Tabellen verzeichneten Wellenlängen sind nach der von Helmholtz aus der elektromagnetischen Lichttheorie gefolgerten, für nichtabsorbirende Medien geltenden zweiconstantigen Formel¹⁾ berechnet, wobei zu Grunde gelegt wurden für Quarz und Flussspat die Fraun-

1) H. Helmholtz, Wissensch. Abhandl. 3. p. 519. Gleichung (9).

hofer'sche Linie D und Cornu's Al_{33} im Ultraviolett¹⁾, für Steinsalz Rubens' b_6 im Ultrarot²⁾ und Fraunhofer's H , zwischen welchen Stellen Zeichen von Absorption sich nicht zeigen. Ein Vergleich der Wellenlängen in den drei Tabellen zeigt Uebereinstimmung in den Aussagen der drei verschiedenen Körper, soweit die Genauigkeit der Versuche geht. Diese Uebereinstimmung war notwendig, wenn die wirksamen Strahlen Lichtstrahlen waren.

Dass die wirksamen Strahlen in der Luft absorbirt werden, ist schon festgestellt worden (8.). Wir finden nun den Anfang der Absorption — weil den der Wirkung — in Luft bei $\lambda = 0,00019$ und vollständige Absorption bei $\lambda = 0,00016$, über welche Grenze hinaus die Wirkung nach Durchsetzung der rund 28 cm langen Luftschicht nicht geht. Wasserstoff dagegen verhielt sich noch bei $\lambda = 0,00014$ gleich dem partiellen Vacuum, lässt also bis dahin noch keine merkliche Absorption derjenigen wirksamen Strahlen erkennen, welche nach Durchsetzung der stets vorhandenen Luftschicht von 1 cm Dicke und der drei Flusspatschichten noch übrig geblieben waren. Hrn. Schumann's entsprechende Resultate³⁾ scheinen mir hiermit gut übereinzustimmen, was wieder für die Lichtnatur der Wirkung spricht, denn bei Spectraufnahmen, die Liniengruppierungen zeigen, welche ohne Bruch bis zum sichtbaren Gebiete sich fortsetzen, wird man in dieser Hinsicht kaum zweifeln.

14. Wirkung auf verschiedene Gase. — Die luftdichte Kammer K , Fig. 2 (p. 491), mit dem $\frac{1}{2}$ mm dicken Quarzfenster Q , welche an das Rohrende r' des Dampfstrahlmantels (Fig. 1) gesetzt werden kann, erlaubt beliebige Gase erst in K der Durchstrahlung und dann der Wirkung auf den Dampfstrahl zu unterwerfen. Die Gase wurden bei s alle mit nahezu gleicher und so geringer Geschwindigkeit eingeleitet, dass der Dampfstrahl sein ungestörtes Aussehen behielt, andernfalls er seine Empfindlichkeit verlieren würde.

1) E. Sarasin bez. A. Cornu nach Landolt und Börnstein's Tabellen. 2. Aufl. p. 386 und 398.

2) H. Rubens, Wied. Ann. 45. p. 254. 1892.

3) V. Schumann, l. c.

Es erwiesen sich bei 10 cm Funkenabstand vom Fenster als nahezu gleich wirksam Sauerstoff, Luft und Kohlensäure¹⁾, nur wenig wirksam war Leuchtgas und es fehlte jede Wirkung beim Wasserstoffgas. Die Gase waren durch Watte filtrirt; unterblieb diese Vorsicht,²⁾ so änderte dies jedoch den Erfolg nicht.²⁾

Das Verhalten des Wasserstoffgases ist erklärlich, denn wir fanden (13), dass es durch 1 cm Luft filtrirte Strahlen nicht absorbiert. Als durchaus unerregbar erwies sich das Gas indessen nicht, denn bei weniger als 1 cm Abstand der Funken vom Fenster erfolgte deutliche, bei 1 mm Abstand kräftige Wirkung. Man kann daraus schliessen, dass von den Funken auch Strahlen ausgehen, welche vom Wasserstoff merklich absorbiert werden. Glimmer hielt auch die Wirkung auf Wasserstoffgas völlig ab; Flussspat, Gyps, Steinsalz und Quarz in der Dicke einiger Millimeter liessen sie durch. Ausser den Aluminiumfunken waren auch Cadmiumfunken auf Wasserstoffgas wirksam; keine Wirkung sah ich bei Magnesium-, Zink-, Zinnfunken, auch wenn dieselben dem Fenster bis auf 1,5 mm genähert waren.

Um das Verhalten der anderen Gase zu beurteilen, habe ich deren Durchlässigkeit in 65 mm dicker, zwischen zwei dünne Quarzplatten eingeschlossener Schicht geprüft, wobei Luft den Dampfstrahl umgab. Sauerstoff und Kohlensäure waren nicht undurchlässiger als Luft, Leuchtgas dagegen völlig undurchlässig. Man wird also kräftige Absorption zwar als notwendige, jedoch, wie der Fall des Leuchtgases zeigt, nicht als hinreichende Bedingung für kräftige Wirkung ansehen dürfen.

Ruhte die Luft in der Vorkammer *K* während der Bestrahlung, so war keine Wirkung auf den Dampfstrahl zu bemerken. Wurde aber nach Aufhören der Belichtung die

1) In schnellerem Strome wirkte Kohlensäure auch ohne Belichtung auf den Dampfstrahl.

2) Dass die Wirkung nicht etwa auf Staub ausgeübt wird, welcher in unfiltrirtem Gase vorhanden wäre, schliesse ich besonders auch aus früheren Versuchen (P. Lenard u. M. Wolf l. c.), in welchen staubfreie Luft in einem sehr grossen Glasballon durchstrahlt und nachher nebelkernhaltig gefunden wurde.

Luft aus der Kammer durch eingeblasenes Gas zum Dampfstrahl getrieben, so erfolgte noch nachträglich die Wirkung auf denselben. Es konnten dabei selbst 30 sec zwischen Belichtung und Einblasen verstreichen. Dieses Andauern der Wirkung, das nach früherem (11.) zu erwarten war, habe ich auch in Sauerstoff und Leuchtgas beobachtet.

II. Elektrische Wirkung.

15. An elektrisch geladenen Leitern, welche dem Funkenlichte ausgesetzt sind, war folgendes zu beobachten.

Es sei zuerst eine Aluminiumplatte mit alter, oxydierter Oberfläche parallel der Fläche des dünnen Quarzfensters in etwa 3 cm Entfernung von demselben isolirt aufgestellt und mit dem Exner'schen Elektroskop verbunden; auf der anderen Seite des Fensters, in etwa 5 cm Entfernung davon, befinden sich die 3 mm langen Aluminiumfunken, deren Lichtbündel von der Platte ganz aufgenommen wird. Ist die Platte negativ elektrisch gemacht, so wird man die erfolgende rasche Entladung zunächst als wohlbekannten Hallwachs'schen Effect deuten; dass aber positive Ladungen im Licht fast ebenso schnell von der Platte verschwinden, stimmt nicht mit Bekanntem überein. Allerdings ist das Bestehen einer Wirkung solcher Art schon behauptet worden¹⁾, indessen konnten die Herren Elster und Geitel in diesem Falle sehr wahrscheinlich machen, dass wieder nur die bekannte lichtelektrische Wirkung vorliege, ausgeübt von reflectirtem Lichte auf die negative Ladung, welche an der der Platte gegenüberliegenden Schirmfläche gebunden ist.²⁾ Diese Erklärung dürfte aber in unserem Falle nicht zutreffen. Denn ob die Schirmfläche, welche das Fenster trägt, von altem, stark oxydirtem Zink gebildet war, wie stets bisher, oder ob dieses bedeckt wurde mit altem Kupfer, mit Pappe, trockenem oder benetztem Filtrirpapier, und ob ausserdem noch das Fenster mit Drahtnetz überdeckt wurde, das mit Glycerin befeuchtet war, alles dies war für die Geschwindigkeit der Entladung der positiven Platte unwesentlich. Dafür, dass es nicht von der Schirmfläche aus-

1) E. Branly, Compt. rend. 120. p. 829. 1895.

2) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 57. p. 24. 1896.

gehende negative Elektricität ist, welche die positive Ladung der Platte vernichtet, spricht auch der Umstand, dass ein kräftiger, breiter Sauerstoffstrom, zwischen Platte und Schirm hindurchgeblasen, die Entladung nicht vermindert, sondern beschleunigt.

Die Natur der bestrahlten Fläche selber war ebenfalls nicht von dem Einfluss, welcher für die bekannte Entladung der negativen Elektricität maassgebend ist. So änderte Blanksmirgeln der alten Aluminiumfläche nichts an der Geschwindigkeit der Entladung der positiven Elektricität. Es wurden beispielsweise von der alten Aluminiumfläche entladen 5,1 sc. des Elektroskops in 10 sec bei einer anfänglichen Divergenz von + 20 sc., von der blanken Aluminiumfläche 5,2 sc. und mit dem oben erwähnten Sauerstoffstrome 7,0 sc.; die Platte stand dabei 10 cm vom Fenster, 12 cm von den Funken entfernt. Auch Bedecken der bestrahlten Plattenfläche mit Filtrirpapier, das mit destillirtem Wasser benetzt wurde, verminderte die Entladung der positiven Elektricität nicht. Dieselbe blieb im besonderen auch dann kräftig bestehen, wenn sowohl die Platte als auch die Schirmfläche samt dem Quarzfenster mit Wasser benetzte Oberflächen darboten. Auch Zink- und Messingflächen verloren positive Ladungen.

Eine auch nur wenige Millimeter dicke Leuchtgasschicht, eine Glimmerplatte von 0,03 mm Dicke verhinderten ganz die Entladung der positiven, wie die der negativen Elektricität.

Funken anderer Metalle wie die des Aluminiums erwiesen sich ebenfalls als wirksam und zwar in denselben Abstufungen, welche mit dem Dampfstrahl gefunden wurden (10.). Platte und Schirm waren mit feuchtem Papier bedeckt, das Fenster mit befeuchtetem Drahtnetz, die Platte stand 1 cm vom Fenster ab; die Entfernungen der Funken vom Fenster, bis zu welchen in 2 sec deutliche positive Entladung bemerkt wurde, waren bei Al, Cd, Pb, Sn, Zn: 10, 5, 4, 4, 3 cm, Mg wirkte auch in 1 cm Entfernung nicht deutlich.

Eine unelektrische, mit nassem Papier bedeckte Platte nahm im Lichte der Aluminiumfunken keine am Exner'schen Elektroskop bemerkbare Ladung an.

16. Die obigen Beobachtungen scheinen anzudeuten, dass die durchstrahlte Luft elektrisch leitend wird. Als einwand-

freier wird man aber vielleicht die folgenden Versuche betrachten, welche das Leitvermögen ausserhalb des durchstrahlten Raumes zeigen und wobei verschiedene Gase sich verschieden verhalten.

Das stets $\frac{1}{2}$ mm dicke Quarzfenster mit seiner Schirmwand verschliesst das eine Ende eines 28 cm langen, 4,2 cm weiten Glasrohres, an dessen anderem Ende das zu untersuchende Gas eintritt. Dem Fenster zuströmend bleibt das Gas der Wirkung der daselbst eintretenden Strahlung unterworfen, bis es an einem Seitenrohre dicht vor dem Fenster wieder austritt, um alsdann den Zwischenraum zweier conaxialer Messingcylinder zu durchströmen, welche die beiden Belege eines elektrischen Condensators bilden.¹⁾ Der äussere Cylinder des letzteren ist stets mit der Erde verbunden, der innere mit dem Exner'schen Elektroskop; die Durchmesser der Cylinder sind 3,5 und 2,4 cm, ihre Längen 6 cm. Der Gasstrom passiert zuletzt eine Gasuhr, welche seine Geschwindigkeit misst.

Sind die 3 mm langen Aluminiumfunken nicht weiter als 10 cm vom Fenster entfernt, so ergibt sich deutliche Abnahme einer Ladung des Condensators; die Abnahme wird sehr augenfällig, wenn die Funken dem Fenster auf Bruchteile eines Centimeters genähert werden. Ein Glimmerblatt oder eine 5 mm dicke Leuchtgasschicht hielten die Wirkung auch bei kleinstem Funkenabstande ab; ebenso blieb dieselbe aus, wenn das Gas im Rohrsystem ruhte. Positive und negative Ladungen verhielten sich genau gleich; nachdem dies bei Luft, Leuchtgas und Kohlensäure constatirt war, kamen nur mehr positive Ladungen zur Verwendung. Feuchte und sorgfältig getrocknete, durch Watte staubfrei gemachte und unfiltrirte Luft waren nicht deutlich verschieden. Von Einfluss war die Strömungsgeschwindigkeit des Gases; schneller strömendes Gas wirkte im allgemeinen stärker, doch war der Einfluss innerhalb der untersuchten Grenzen nur bei Kohlensäure und Leuchtgas auffallend.

1) Um den Versuch möglichst beweisend zu machen, war zuerst ein längerer, schwarzer Gummischlauch mit Krümmung zwischen Bestrahlungsrohr und Condensator geschaltet, welcher dann für die quantitativen Versuche ohne wesentliche Aenderung des Erfolges durch ein kurzes, gerades Schlauchstück ersetzt wurde.

In der folgenden Zusammenstellung ist die Wirkung (Columnne 3—5) durch die Divergenzabnahme angegeben, welche bei einer Anfangsdivergenz von 20,0 sc. durch 15 sec währende Bestrahlung erfolgte. Die Isolation des Condensators war stets so gut, dass an dem mit Fernrohr abgelesenen Elektroskop ohne Licht eine Divergenzabnahme nicht zu bemerken war.

Gas	Zeit für das Durchströmen von 1 / Gas	Funkendistanz vom Fenster		
		3 mm	6 mm	60 mm
	sec	Wirkung		
		sc.	sc.	sc.
Kohlensäure {	18 ¹⁾	11,1	—	—
	34	8,0	7,2	1,0
Luft	19—38	5,8	5,1	0,8
Sauerstoff	18—37	3,9	4,3	0,5
Leuchtgas {	16	5,5	—	—
	36	3,6	—	—
Wasserstoff	14—37	3,7	3,2	0,2

Die Zeit, welche das Gas brauchte, um aus dem Bestrahlungsrohre in den Condensator zu gelangen, beträgt nach den Angaben der Tabelle und den Ausmessungen des Verbindungsrohres 0,06 bis 0,14 sec. Es scheint das Gas seine Leitfähigkeit nach Aufhören der Belichtung ausserordentlich schnell zu verlieren, denn tauchte auch nur ein Stück des vom positiv geladenen Condensator zum Elektroskop führenden dünnen Leitungsdrahtes in das Lichtbündel, so wurde dadurch die Wirkung schon ganz bemerkbar verstärkt.

Die Tabelle giebt die Gase nach der Stärke ihrer Wirksamkeit geordnet. Soweit Vergleich möglich, gehen danach Dampfstrahlwirkung (14.) und elektrische Wirkung hierin ebenso parallel, wie in Hinsicht der Absorbirbarkeit, des gemeinsamen Bestehens einer Nachdauer und der Ergiebigkeit der verschiedenen Funken als Quellen.

17. Auch gegen die zuletzt beschriebenen Versuche kann man einwenden, dass mindestens ein Teil der beobachteten

1) Bei noch schnellerer Strömung erwies sich die Kohlensäure schon ohne Belichtung als schwach leitend.

Wirkung in der Bestrahlung der festen Wände des Glasrohres seinen Ursprung haben könnte, durch welches das Gas dem Fenster zuströmte. In dem Streben, die Wirkung völlig rein zu erhalten, so nämlich, dass dabei ein anderer Körper als die Luft vom Licht überhaupt nicht getroffen wird, habe ich Erfolg gehabt. Es liess sich elektrische Wirkung in der Umgebung eines scharf begrenzten Strahlenbündels beobachten und zwar in Entfernungen bis zu 40 cm vom Fenster. Ich möchte aber über diese Form der Wirkung in anderem Zusammenhang berichten.

III. Ozonbildung.

18. Schon lange war mir der Ozongeruch aufgefallen, welcher in der Nähe eines vollkommen dichten Quarzfensters bemerkbar wird, wenn Funkenlicht aus demselben dringt. Bei den hier benutzten stärkeren Funken ist dieser charakteristische Geruch so intensiv, dass Luft oder Sauerstoff, welche die Nähe des Fensters passirt haben, nicht mehr athembar erscheinen. Zum chemischen Nachweis wurde atmosphärische Luft in langsamem Strome durch das oben (16.) benutzte Bestrahlungsrohr und dann über stärkehaltige Jodkaliumlösung geleitet. Waren 3 mm lange Aluminiumfunken in 1 cm Abstand vom Quarzfenster des Rohres aufgestellt, so trat in 1 sec deutliche, in 5 sec intensive Blaufärbung des Reagenses ein. Bei Vorschaltung einer Glimmerplatte blieb jede Wirkung auch nach 30 sec aus. Bei 0,2 cm Abstand der Funken vom Fenster war die Blaufärbung intensiv in 1 sec, bei 10 cm Abstand deutlich in 15 sec. Bei grösserer Entfernung der Funken, 20,7 cm vom Fenster, war nach 5 sec noch keine Wirkung zu bemerken; wurde nun aber die früher benutzte Steinsalzlinsen in 4,4 cm Entfernung vom Fenster eingeschaltet und so diejenige Strahlung der Funken auf dasselbe concentrirt, welche die stärkste Dampfstrahlwirkung ergab (12b), so trat innerhalb derselben Zeit kräftige Bläuung ein. Trockene und feuchte, staubfreie und unfiltrirte Luft verhielten sich wie bei der elektrischen Wirkung, so auch hier nicht deutlich verschieden.

Andere Quellen.

19. Die bisher ausschliesslich benutzten elektrischen Funken sind nicht die einzige und wohl auch nicht die mächtigste Quelle der als wirksam befundenen Strahlen.

Unwirksam waren freilich, mit dem Dampfstrahl hinter dem $\frac{1}{2}$ mm dicken Quarzfenster in 2 cm Abstand geprüft, die leuchtende Gasflamme eines Schnittbrenners, die blaue eines Bunsenbrenners, einer Gebläselampe, die Flamme des Wasserstoffgases in Luft oder auch mit Sauerstoff im Knallgasgebläse, brennender Schwefelkohlenstoff, brennendes Magnesium, Gasglühlicht frei brennend, Drummond'sches Kalklicht, Zirkonlicht.

Wirksam war dagegen bis zu Entfernungen von 35 cm das elektrische Bogenlicht. Die Wirkung ging dabei augenscheinlich von der leuchtenden Luft aus, denn sie war jedesmal am intensivsten, wenn der Lichtbogen am vollsten entwickelt war und sie verschwand beim Zusammendrücken der Kohlen sowohl, wie beim Abbrechen des Bogens durch plötzliches Auseinanderziehen derselben. Ersetzen der positiven Kohle durch Zink verbesserte die Wirkung nicht deutlich; dagegen Aluminium als positive Elektrode war wirksamer als Kohle.

20. Eine wichtige Frage scheint es mir zu sein, ob die Sonne Strahlen zur Erde sendet, welchen die hier studirten Wirkungen zukommen. Als möglicher Ursprung solcher stark absorbirbarer Strahlen könnten nur die äusseren Schichten des Sonnenkörpers in Betracht kommen. Diese Schichten aber, die Chromosphäre und die Protuberanzen, scheinen ihrem Spectrum nach aus Gasen, hauptsächlich Wasserstoffgas, in demjenigen Zustande der Lichtemission zu bestehen, welchen wir durch elektrische Entladungen herzustellen gewohnt sind. Dieser Zustand hat sich nicht nur in unseren Versuchen als wirksam erwiesen, sondern es ist nach Hrn. Schumann's Untersuchungen elektrisch leuchtendes Wasserstoffgas sogar die reichste Quelle des kurzwelligen, in der Luft absorbirbaren Lichtes.

Unmittelbare Wirkungen solcher Sonnenstrahlung dürften am ehesten in den oberen Schichten der Erdatmosphäre zu suchen sein. Vielleicht ist in diesem Zusammenhange die Mit-

teilung von Beobachtungen erlaubt, welche ich im Herbst des Jahres 1889 in den Alpen gemacht hatte und deren mir damals sehr auffälliges Resultat ich jetzt weniger geneigt bin einer Täuschung durch die Mängel der nur improvisirten Hilfsmittel zuzuschreiben.

Ein Elektroskop mit Blättern aus unechtem Goldschaum trug als Knopf ein stets blankgeschmirgeltes kleines Stück Zinkblech. Es wurden im Freien, bei Sonnenschein von tiefblauem Himmel die Zeiten beobachtet, in welchen die Divergenz des positiv oder negativ geladenen Elektroskopes um einen bestimmten Teil zurückging. Die Erwartung war ¹⁾, dass überhaupt nur negative Ladungen entweichen würden, ich fand aber, dass mit nahe der gleichen Geschwindigkeit auch positive Ladungen entwichen, während doch die Isolation des Elektroskopes, so oft sie im Inneren eines Hauses oder hohlen Baumes geprüft wurde, grosse Mängel nicht zeigte. Die Zeiten zur Abnahme der Divergenz von 90 auf 60 Winkelgrade waren z. B. für positive oder negative Ladung in Ober-Gurgel (1900 m ü. Meeressp., 28. Aug., 12^h m.) 10 sec, in Vent (1890 m ü. Meeressp., 31. Aug., 10^h a. m.) 10 sec, auf der Kreuzspitze (3500 m ü. Meeressp., 30. Aug., 2^h p. m.) 2 sec. Beschattete man die Platte des Elektroskopes, was meist durch die in einiger Entfernung vorgehaltene Hand geschah, so wurden die Entladungszeiten vergrössert, z. B. auf der Kreuzspitze von 2 auf 5 sec, und zwar wieder ohne Rücksicht auf das Zeichen der Ladung. Eine Beobachtung bei Sonnenuntergang schien mir besonders bemerkenswert (Sölden, Thalsohle der Oetzer Ache, 1400 m ü. Meeressp., 31. Aug., 5^h bis 6^h 45^m p. m.) Es waren die schiefen Strahlen der schon den Bergkämmen sich nähernden Sonne von der Platte des Elektroskopes abgeblendet, sodass nur Licht vom tiefblauen Himmels gewölbe sie traf. Ich erwartete, dass die deutlich vorhandene entladende Wirkung erst mit dem Verblassen dieses Lichtes abnehmen würde; die Wirkung verschwand aber ziemlich plötzlich zu der Zeit, in welcher die letzten Sonnenstrahlen die

1) Entsprechend der von den Herren Elster u. Geitel damals kurz vorher festgestellten Thatsache, dass auch Sonnenlicht die Hallwachs'sche lichtelektrische Wirkung ausübt.

Nähe der Thalsohle verliessen, während doch das Himmelslicht noch immer unverändert die Platte des Elektroskopes beleuchtete.

Auch Hrn. Linss' Studien über die Zerstreuung der Elektrizität von geladenen Körpern in der freien Luft des Tieflandes könnten hier in Betracht kommen (vgl. 16.). Diese verhältnismässig sehr geringe Zerstreuung wurde mit Hülfe des Quadrantelektrometers verfolgt, sie wurde für positive und negative Elektrizität gleich gross gefunden, war unabhängig von der Menge der sichtbar trübenden Bestandteile in der Luft, grösser bei heiterem als bei trübem Wetter und wuchs im allgemeinen im Laufe des Tages wie des Jahres mit zunehmender Sonnenhöhe.¹⁾

21. Ist die bezüglich der Sonne aufgeworfene Frage zu bejahen, so dürfte dies nach Kenntnis des Vorhergehenden nicht ohne Einfluss bleiben für das Verständnis der elektrischen Vorgänge in der Erdatmosphäre. Die Absicht der gegenwärtigen Arbeit ging jedoch nur soweit, die Belege mitzuteilen, welche ich dafür erhalten habe, dass ultraviolette Licht von der angegebenen Brechbarkeit die eingangs genannte dreifach sich äussernde Wirkung auf Gase ausübt und zwar auf das Innere der Gase selbst, ohne notwendige Vermittelung eines festen oder flüssigen Körpers. Die letztere Eigentümlichkeit ist es, durch welche diese Wirkung scharf geschieden erscheint von der schon früher bekannten, mit den Namen Hertz und Hallwachs verknüpften lichtelektrischen Wirkung, welche an der Oberfläche fester oder flüssiger Körper ihren Sitz hat.

Kiel, im Januar 1900.

1) Linss, Met. Zeitschr. 1887. p. 352 u. Elektrotechn. Zeitschr. 11. 1890.

(Eingegangen 6. Februar 1900.)

Nachschrift (17. Februar 1900). — Nachdem das Vorstehende dem Drucke übergeben war, erhalte ich einen Abdruck aus der Decemhernummer von „Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity“, worin die Herren Elster und

Geitel höchst wertvolle Studien über das Leitvermögen der Erdatmosphäre bekannt geben. Es kann darnach nicht mehr gezweifelt werden, dass solches Leitvermögen regelmässig und aller Orten in der freien Luft besteht, und in erfreulicher Uebereinstimmung mit den oben mitgetheilten Beobachtungen wurde dasselbe besonders gross an hoch gelegenen Orten gefunden. Als Folgen des constatirten Leitvermögens und der Eigenschaften leitender Luft werden auch schon die elektrischen Begleiterscheinungen der atmosphärischen Niederschläge und die negative Eigenladung des Erdkörpers gezeigt. Die Frage nach dem Ursprung des unter Umständen nicht geringen Leitvermögens wird dabei offen gelassen.

**8. Ueber die Funkenpotentiale
in festen und tropfbarflüssigen Dielektriciis;
von J. E. Almy.**

(Nach der Berliner Inaugural-Dissertation für die Annalen bearbeitet,
ein Auszug in den Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 1. p. 95. 1899
veröffentlicht.)

§ 1. Ueber das Funkenpotential in festen und tropfbarflüssigen Dielektriciis liegen bereits verschiedene Untersuchungen vor¹⁾, doch verhältnismässig wenige Angaben, welche sich auf wohl definirtes Material beziehen; bei tropfbarflüssigen Körpern insbesondere scheint man den sehr bedeutenden Einfluss fester Fremdkörper nicht hinlänglich gewürdigt zu haben. Diese Erwägungen haben die vorliegende Untersuchung zunächst veranlasst.

Dieselbe zerfällt in zwei Theile, von denen der eine feste, der andere tropfbarflüssige Dielektrika behandelt.

I. Teil.

Feste Dielektrika.

§ 2. Der Funkenapparat, Fig. 1, war folgendermaassen eingerichtet: Die eine Elektrode, entweder eine Stahlspitze oder eine Messingkugel von 2 cm Durchmesser wurde auf dem Ende einer Kupferstange festgeschraubt und mit einem Kitte aus Wachs und Kolophonium in einer Glasröhre von 2,2 cm Durchmesser festgekittet. Dabei wurde die Elektrode so angebracht, dass die Kugel bez. die Spitze von der Ebene des abgeschliffenen Röhrenendes gerade berührt wurde. Die Glasröhre wurde vertical aufgestellt und die gut isolirte Elektrode

1) Vgl. Masson, Ann. de Chim et de Phys. (3) 30. p. 25. 1850; MacFarlane, Phil. Mag. (5) 10. p. 389. 1880; MacFarlane u. Pierce, Phys. Review, 1. p. 161 u. 2. p. 99. 1894; Monti, Beibl. 18. p. 249. 1894; L'Elettricista 2. p. 226. 1893; Steinmetz, Trans. Amer. Inst. Electr. Eng. 10. p. 84. 1893; Gray, Phys. Review 7. p. 199. 1898; Edmonson, Phys. Review 6. p. 65. 1898.

mit dem geladenen Pol der Elektrisirmaschine in Verbindung gebracht.

Ein Tropfen dicken, gut isolirenden Ols wurde unter die zu prüfende Platte aus Glas oder aus anderem Material gebracht und diese dann fest gegen die Elektrode und das Ende der Röhre gedrückt, wodurch Glimmentladung oder eine andere Art der Entladung der geladenen Elektrode durch die Luft verhindert wurde. Darauf wurde ein metallischer Cylinder *B*

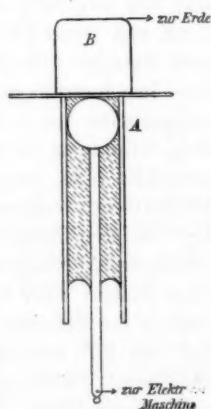


Fig. 1.

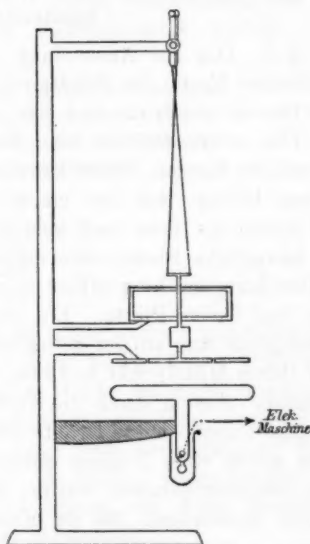


Fig. 2.

mit ebenem, polirtem Ende als zweite Elektrode auf die Platte gesetzt; diese zweite Elektrode wurde zur Erde verbunden.

Eine durch einen kleinen Elektromotor betriebene Voss'sche Influenzmaschine lieferte die nötigen Potentialdifferenzen. Der Motor war mit einem Rheostaten versehen, sodass die Geschwindigkeit, mit der er lief, beliebig verändert werden konnte. Ein Pol der elektrischen Maschine wurde zur Erde abgeleitet, der andere wurde durch dicke Kupferdrähte mit einer Elektrode des Elektrometers und mit einer Elektrode des Funkenapparates verbunden. Eine mit der Erde in leitende

Verbindung gebrachte Stahladel konnte allmählich dem geladenen Pol der Influenzmaschine genähert oder von demselben entfernt, und dadurch das Potential des Pols langsam und stetig gesteigert werden. Es stellte sich dabei heraus, dass die Regulirung des Potentials am besten gelang, wenn der Pol der Maschine positiv geladen war; darum wurde, solange nicht die entgegengesetzte Polarität gebraucht wurde, immer diese Anordnung benutzt.

Elektrometer. ¹⁾

§ 3. Das zur Anwendung gelangende Elektrometer, eine modificirte Form des Schutzringeletrometers, war von Hrn. Kaufmann construirt und mir zur Verfügung gestellt worden.

Die untere Scheibe, eine Messingplatte mit sorgfältig abgerundeten Kanten, deren Durchmesser 7 cm und deren Dicke 0,5 cm betrug, war auf einem isolirenden Ständer befestigt und diente als feste und geladene Scheibe des Instrumentes. Die bewegliche Platte, eine dünnere Messingscheibe von 4 cm im Durchmesser, hing bifilar in einem festen Schutzring 2,5 cm über der festen Platte. Ein dünner, ungefähr 5 cm langer Messingstab war an der beweglichen Platte befestigt senkrecht über ihrem Mittelpunkt und trug den Spiegel und den Dämpfer, an dessen oberem Ende die Drähte der bifilaren Aufhängung befestigt waren. Diese Drähte bestanden aus Platin; einer von ihnen wurde einer Torsion unterworfen, sodass die Scheibe in einer Stellung gehalten wurde, welche sich um 90° von derjenigen unterschied, die sie einnahm, wenn beide Fäden torsionslos waren. Infolge dessen ist, wenn die feste Platte des Instrumentes geladen wird und eine senkrecht nach unten gerichtete Anziehungskraft ausübt, die resultirende Bewegung der Platte eine Rotation. Die Grösse dieser Rotation wurde mit Hülfe von Fernrohr und Scala gemessen.

Die bewegliche Scheibe, der Schutzring und alle damit zusammenhängenden Teile des Apparates wurden zur Erde abgeleitet; die feste Platte war mit der geladenen Elektrode des Funkenapparates verbunden. Zur Dämpfung diente ein grosser Toepler'scher Luftdämpfer, mit welchem die Ab-

¹⁾ Vgl. Fig. 2.

lesungen schnell gemacht werden konnten. Diese Form des Apparates hat vor dem gewöhnlichen Schutzringeletrometer den Vorzug, direkte Ablesungen zu gestatten.

Das zu diesen Messungen benutzte Instrument war nicht genau genug construirt, um als absolutes Instrument dienen zu können, wie dies bei einem genau construirten und richtig justirten Instrument dieser Art möglich ist. Es wurde theils durch Vergleichung mit einer Luftfunkenstrecke nach den Angaben von Heydweiller¹⁾, theils durch Vergleichung mit der von Hrn. Orgler²⁾ benutzten Potentialwaage geachtet. Die Aichung ergab, z. B.:

		Ablenkung, verursacht durch eine Potentialdifferenz von 104,3 elektrostatischen C.G.S.-Einheiten	
Jan.	14	256	Scalenteile
"	15	250	"
"	17	255	"
"	19	256	"
"	20	255	"
"	25	245	"

§ 4. Die Versuche der §§ 4—6 wurden mit Mikroskopdeckgläschen gemacht. Da jedoch beträchtliche Differenzen in Platten von nahezu derselben Dicke gefunden wurden, so wurde jede Reihe von Beobachtungen auf eine einzige Platte beschränkt, und es wurden unter zwei verschiedenen Bedingungen die beiden Prüfungen an Stellen vorgenommen, die einander so nahe wie möglich waren, um einen Mangel an Homogenität in der Platte zu vermeiden.

Zuerst wurde, mit einer Spitze und einer ebenen Platte als Elektroden, die Polarität der Elektroden verändert, um zu bestimmen, ob das Funkenpotential von der Polarität der Elektroden abhängt, wenn die Elektroden ungleich sind. Die hierunter mitgetheilten Versuchsergebnisse zeigen, dass eine ein wenig grössere Potentialdifferenz erforderlich ist, um eine Entladung durch eine gegebene Platte hervorzubringen, wenn die Spitze negativ, als wenn sie positiv geladen war; dass aber

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 214. 1893.

2) A. Orgler, Ann. d. Phys. 1. p. 159. 1900. Ausführlich Berliner Dissertation.

der Betrag dieser Differenz klein, und für die verschiedenen geprüften Platten verschieden ist.

Tabelle I, 1.

Polarität der Spitzenelektrode	+	-	+	-	+	-
Funkenpotential in C.G.S.-Einh.	65,6	71,1	66,5	70	67	70,5
Dicke der Platte in cm	0,0655	0,0655	0,0654	0,0656	0,0656	0,0655
Funkenpotential Dicke	1001	1080	1015	1070	1020	1070

Tabelle I, 2.

Polarität der Spitzenelektrode	+	-	+	-
Funkenpotential	86,4	87	85,6	86,4
Dicke der Platte	0,0725	0,0725	0,0725	0,0720
Funkenpotential Dicke der Platte	1190	1200	1180	1200

Die bei allen geprüften Platten erhaltenen Differenzen waren Werte, welche zwischen den hier angegebenen, d. h. zwischen 2 und 6 Proc. lagen.

Sodann wurden mit einer Kugel von 2 cm Durchmesser und einer ebenen Platte als Elektroden ähnliche Beobachtungen angestellt; doch konnte kein merklicher Unterschied beobachtet werden, gleichviel ob die Kugel positiv oder negativ geladen war.

Tabelle II.

Polarität der Kugelelektrode	+	-	+	-	+	-
Funkenpotential	75	75,3	75,5	74,2	75,5	75,3
Dicke der Platte	0,067	0,067	0,067	0,067	0,0675	0,067
Funkenpotential Dicke der Platte	1120	1124	1127	1109	1118	1124

§ 5. Das Funkenpotential ist grösser zwischen Kugel und Ebene, als zwischen Spitze und Ebene. Die Versuche stimmten nicht gut überein, ergaben aber in allen Fällen deutlich eine Differenz, nicht kleiner als etwa 5 Proc.

Tabelle III.

Elektroden	Spitze und Ebene				Kugel, (Rad. = 1 cm) und Ebene			
Funkenpotential	66	65,7	68	68,5	69	71,7	72,6	74,2
Dicke der Patte (cm)	0,0655	0,0656	0,066	0,0665	0,0645	0,066	0,0665	0,0675
Funkenpotential	1007	1001	1030	1030	1070	1080	1090	1120
Dicke der Platte								

§ 6. Um den Einfluss der Temperatur des Dielektricum zu bestimmen, wurde die Elektrode des Funkenapparates in geschmolzenem Schwefel eingebettet. Nachdem der Schwefel wieder hart geworden war, wurde der Apparat einer Temperatur von 100° C. ausgesetzt. Das Funkenpotential wurde für eine gegebene Glasplatte zuerst bei der Temperatur des Zimmers, 18° C., dann bei einer höheren Temperatur in der Nähe von 100° C. und schliesslich wieder bei der tieferen Temperatur bestimmt. Die Veränderungen mit der Temperatur waren nicht grösser als die Differenz zwischen aufeinander folgenden Beobachtungen bei constanter Temperatur.

§ 7. Das Funkenpotential ergibt sich grösser, wenn ein constantes Potential langsam gesteigert, als wenn die Oscillationsweite eines oscillirenden Potentials allmählich erhöht wird. Dies geht aus folgendem Versuche hervor: Ein Luftfunkenmikrometer, welches Kugelelektroden von 2 cm Durchmesser hatte, wurde im Nebenschluss mit dem Funkenapparat verbunden, der Glas zwischen seinen Elektroden hatte. Das Entladungspotential für eine gegebene Platte wurde zuerst bestimmt, wenn der Nebenstromkreis vollständig ausser Betracht kam; demnächst wurden die Elektroden des Funkenmikrometers näher aneinander gebracht, sodass die Entladung ihren Weg eher durch die Luft nahm, als durch das Glas in dem anderen Stromkreis; wenn dann eine schnelle Folge von Funkenentladungen beständig statthatte, so wurden die Elektroden allmählich voneinander entfernt, bis die Entladung ihren Weg durch das feste Dielektricum in den anderen Zweigstromkreis nahm.

Nimmt man die Potentialdifferenz, welche der grössten Luftstrecke entspricht, die man erhält, ehe die Entladung ihren Weg durch das feste Dielektricum nimmt, als Entladungspotential für dieses, so erhält man, wenn das benutzte Potential oscillirt, einen kleineren Wert für das Funkenpotential, als wenn das benutzte Potential keinen Oscillationen unterworfen ist.

Die Beobachtungen wurden auf die verschiedenen, genügend bestimmten Arten von Jenenser Glas, die zur Hand waren, und auf Glimmer ausgedehnt. Die verschiedenen Glassorten, deren chemische Zusammensetzung in § 10 angegeben ist, sind hier durch eine Zahl bezeichnet. Die folgenden Reihen von Beobachtungen zeigen die Grösse der Aenderung in dem Funkenpotential für die verschiedenen Substanzen¹⁾:

Tabelle IV.

Dielektricum	Dicke der Platte in cm	Nicht oscillirendes Potential		Oscillirendes Potential		
		Funkenpotential in C.G.S.-Einh.	Funkenpotential Dicke	Schlagweite in Luft bei 18° C. in cm	Entsprechende Potentialdifferenz	Funkenpotential Dicke
					Funkenpotential	
Glas I	0,150	113,5	750	0,92	97,0	650
Glas IV	0,160	133,0	820	1,15	114,0	710
Glas V	0,076	128,0	1720	0,90	96,0	1260
Glas VI	0,041	111,8	2720	0,80	86,5	2110
Glas XI	0,041	138,0	3370	0,84	90,4	2200
Glimmer	0,0033	70,3	22000	0,17	24,4	7320
	0,006	124,0	20600	0,255	32,5	5420

Es ist interessant, aus der Arbeit von Gray²⁾, welcher Wechselstrom und Inductor anwandte, zu citiren, dass der Wert des Verhältnisses $\frac{\text{Funkenpotential}}{\text{Funkenlänge}}$, der für Glimmer — der einzigen Substanz, für welche Vergleichung möglich ist gefunden wurde, 6660 war, ein Wert von ungefähr derselben Grössenordnung, wie er hier mit oscillirendem Potential er-

1) Bei Paraffin wurde dieser Unterschied fast gar nicht bemerkbar.

2) T. Gray, Phys. Rev. 7. p. 65. 1898.

halten wurde, der ausserdem viel kleiner als der ist, welcher mit constantem, langsam gesteigertem Potential erhalten wird.

Würde auch die Luft das beschriebene Verhalten zeigen, so würden die für den Fall oscillirenden Potentials angegebenen Werte des Funkenpotentials zu klein sein, der gezogene Schluss aber jedenfalls richtig bleiben. Das Funkenpotential für constantes Potential ist also von den Funkenpotential für oscillirendes Potential, bei festen Dielektrici, wohl zu unterscheiden.

§ 8. Die Untersuchung verschiedener Substanzen (§§ 8 bis 10) wurde auf den Fall constanten Potentials beschränkt. Zu Elektroden wurden Kugel (Radius 1 cm) und Ebene genommen, da die Aenderungen, die durch Wechsel der Polarität entstehen, hier zu vernachlässigen sind. Zunächst wurden Platten sehr verschiedener Dicke aus Jenenser Glas I („709“) untersucht, dessen Zusammensetzung in § 9 angegeben ist. Dieses Glas hat den Brechungsexponenten 1,5632, sein Elasticitätsmodul ist $6,76 \cdot 10^{11}$ C.G.S., sein specifischer Widerstand bei 220° C. ist $1,74 \cdot 10^{10}$ Ohm.

Die benutzten Platten, welche, wie es schien, aus einem Stück geschnitten waren, wurden bis zu den verschiedenen verlangten Dicken abgeschliffen. Es wurden nachträglich auch kleine Teile der dickeren Platten bis zur Dicke der dünnsten abgeschliffen und untersucht; die so erhaltenen Resultate stimmen mit denen der anderen Platten überein. Die grösste erreichbare Genauigkeit, d. h. der Grad der Uebereinstimmung zwischen verschiedenen Beobachtungen an derselben Platte, übersteigt im allgemeinen nicht ca. 5 Proc. Alle Messungen sind in elektrostatischen C.G.S.-Einheiten angegeben (vgl. Tab. V).

Die Beobachtungen sind zum Teil Mittelwerte aus Beobachtungen an verschiedenen Platten gleicher Dicke.

Der Quotient $\frac{\text{Funkenpotential}}{\text{Dicke}}$ nimmt mit wachsender Dicke ab; die Beziehung zwischen Funkenpotential (V) und Plattendicke oder Schlagweite (d) lässt sich für die benutzten kleinen, im Verhältnis von 1:5 variirten Schlagweiten darstellen durch die empirische Formel $V = \alpha d + \beta$, wo $\alpha = 420$, $\beta = 41,5$.

Die vierte Columnne enthält die nach dieser Formel berechneten Werte des Funkenpotentials.

Die Columnen 6 und 7 der Tabelle, welche aus Bestimmungen

Tabelle V.

Glas L. (n 709") $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 420 \\ \beta = 41,5. \end{array} \right.$

Dieke der Platte	Funken- potential beob.	Funken- potential Dicke	Funken- potential berechnet	Differenz in Procenten	Funkempotential für diese Schlag- weite in Luft (Paschen)	Funken- potential in Glas	Luft-Schlagweite, welche dem Potential von Col. 2 entspricht	Schlagweite in Luft Schlagweite in Glas
0,041	58,6	1430	58,7	-0,2	8,21	7,14	0,505	12,3
0,055	67,0	1220	64,6	3,6	10,20	6,56	0,591	10,7
0,061	71,1	1160	67,9	5,0	10,91	6,52	0,64	10,4
0,100	77,0	770	83,5	-7,6	15,86	4,90	0,695	6,95
0,110	87,5	795	87,7	-0,2	16,76	5,22	0,80	7,29
0,125	94,5	752	94,0	0	18,60	5,00	0,88	7,04
0,138	100,0	724	99,6	0,4	20,32	4,92	0,966	7,00
0,142	104,0	730	101,1	2,8	20,72	5,02	1,00	7,27
0,150	113,5	750	104,5	9,0	21,92	5,18	1,13	7,50
0,160	114,5	710	109,7	4,7	23,10	4,95	1,15	7,17
0,175	120,1	690	115,0	4,0	24,80	4,84	1,24	7,05
0,216	132,0	612	132,2	-0,1	29,30	4,50	1,47	6,80
0,230	133,0	605	133,9	-0,7	29,75	4,47	1,48	6,70
0,228	135,0	596	137,3	-1,7	30,60	4,41	1,55	6,80

von Paschen¹⁾ berechnet sind, sind beigegeben zur Vergleichung des Funkenpotentials von Luft und Glas bei gleichen Funkenlängen; die Columnen 8 und 9 dagegen dienen zur Vergleichung der Funkenlängen in beiden Medien für gegebene Potentialdifferenzen.

§ 9. Nunmehr wurde das Funkenpotential verschiedener Glassorten bestimmt. Von fünf verschiedenen Jenenser Gläsern wurden Proben von Hrn. Schott und Genossen freundlichst geliefert; es waren dies Glassorten, deren Zusammensetzung hinlänglich bekannt ist und von deren physikalischen Eigenschaften viele bestimmt sind.

Die Zusammensetzung dieser Gläser war folgende:

Glas	Procentgehalt									
	As ₂ O ₃	BaO	B ₂ O ₃	CaO	K ₂ O	Mn ₂ O ₃	Na ₂ O	PbO	SiO ₂	ZnO
I (709 ^o)	0,4	—	—	—	—	0,06	17,0	—	70,54	12,0
IV (1722 ^o)	0,4	5	—	—	—	0,06	17,0	2,6	69,54	5,3
V (512 ^o)	0,3	—	2,5	—	15	0,04	5,0	—	70,37	13,5
VI (1675)	0,3	—	2,6	4,5	16	0,08	6,0	2,9	67,62	—
XI (1766)	0,2	3	—	—	8	0,10	4,5	36,0	48,2	—

Das Funkenpotential einiger dieser Glassorten war so gross, dass nur dünne Platten gebraucht werden konnten.

Tabelle VI.

Glas	Dicke der Platte in cm	Funkenpotential in C.G.S.-Einh.	Funkenpotential Dicke der Platte
I („709“)	0,041	58,6	1430
	0,142	104,3	735
	0,228	135,0	596
IV („1722“)	0,149	118,6	800
	0,160	133,0	830
V („512“)	0,076	127,5	1710
VI („1675“)	0,041	109,8	2680
XI („1766“)	0,041	137,0	3350

Die folgende Tab. VII enthält den specifischen Ohm'schen Widerstand einiger dieser Glassorten nach Denizot²⁾, ihren

1) F. Paschen, Wied. Ann. 37. p. 79. 1889.

2) A. Denizot, Inaug.-Diss., Berlin 1897.

Brechungsexponenten für Licht und ihre Leitfähigkeit für Wärme nach Focke¹⁾, ihren Elasticitätsmodul nach Winkelmann und Schott²⁾; endlich den Quotient, $\frac{\text{Funkenpotential}}{\text{Dicke}}$ einer 0,041 cm dicken Platte.

Tabelle VII.

Glas	Brechungs- exponent	Elasticitäts- modul in cm, g	Wärme- leitungsver- mögen in C.G.S.-E.	Specifischer Widerstand bei 220° C. in Ohms	Funkenpot. Schlagweite für eine Schlagweite von 0,041 cm
I	1,5132	6,76.10 ¹¹	2,46.10 ⁻³	1,74.10 ¹⁰	1430
VI	1,5174*	7,19.10 ¹¹ *	3,39.10 ⁻³ *	2,41.10 ¹⁰	2680
XI	1,5708*	6,64.10 ¹¹ *	2,41.10 ⁻³ *	3,7.10 ¹⁰	3350

* Diese Werte gehören einigen Glasarten, die nicht ganz genau mit VI und XI identisch sind, aber sehr nahezu ihrer Zusammensetzung nach.

Man erhält also dieselbe Reihenfolge der Glassorten, mag man sie nach dem Ohm'schen Widerstand oder nach der elektrischen Festigkeit ordnen; doch wächst die elektrische Festigkeit verhältnismässig langsam mit zunehmendem Ohm'schen Widerstand.

§ 10. Unter den festen Dielektriciis wurden noch Glimmer, Quarz, Paraffin und Ebonit untersucht.

Glimmer.

Das Vorhandensein von Luftzwischenräumen zwischen den verschiedenen Schichten einer Platte ruft einen beträchtlichen Unterschied in dem Funkenpotential hervor, biegt man die Platte so, dass die verschiedenen Schichten voneinander getrennt werden, so verkleinert man das Funkenpotential. Die folgende Beobachtungsreihe ist an Platten gemacht worden, die soweit wie möglich von Unvollkommenheiten frei waren. Die dritte Columnne ist nach der Formel

$$V = \alpha d + \beta \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \alpha = 18800 \\ \beta = 10 \end{cases}$$

berechnet.

1) Th. M. Focke, Wied. Ann. **67**. p. 133. 1899.

2) A. Winkelmann u. O. Schott, Wied. Ann. **61**. p. 103. 1897; **51**. p. 697. 1894.

Tabelle VIII.

Glimmer $\begin{cases} \alpha = 18800 \\ \beta = 10. \end{cases}$

Dicke der Platte in cm	Funkenpotential in C.G.S.-Einheiten		Differenz in Procenten	Quotient, Funkenpot. Dicke
	beob.	ber.		
0,0031	68,8	68,28	0,7	22 300 C.G.S.
0,0032	70,3	70,16	0,2	22 000 „
0,0035	77,5	75,96	2,0	22 100 „
0,0036	78,3	77,68	1,7	21 700 „
0,0060	122,3	122,8	-0,4	20 370 „

Quarz.

Es wurden parallel und senkrecht zur optischen Axe geschnittene Platten untersucht, wobei sich zeigte, dass das Funkenpotential im ersten Falle, also wenn die Entladung in der zur optischen Axe senkrechten Richtung stattfindet, grösser ist. In derselben Richtung ist, nach Warburg und Tegetmeier¹⁾, der Ohm'sche Widerstand des Quarzes am grössten.

Tabelle IX.

Quarz.

Quarzplatte, geschnitten	Dicke der Platte in cm	Funkenpotential in C.G.S.-Einh.	Funkenpotential Dicke der Platte
senkrecht zur optischen Axe }	0,020	76,4	3370
parallel zur optischen Axe }	0,020	102,6	5130

Paraffin.

Die Herstellung dünner Paraffinplatten, die frei von Poren und anderen Unvollkommenheiten waren, ist mir nicht gelungen. Ich setze die folgenden Beobachtungen nur zur Vergleichung mit den Monti'schen hierher und berechne nur diese, denen ich den Vorzug vor den meinigen gebe, nach der Formel $V = \alpha d + \beta$. Die folgenden Messungen beziehen sich auf die

1) E. Warburg u. F. Tegetmeier, Wied. Ann. 32. p. 447. 1887; auch 35. p. 455. 1888.

besten Platten, welche ich erhielt und stimmen ziemlich gut mit den Ergebnissen von Monti, der sein Paraffin im luft-leeren Raum schmolz, um Luftblasen zu vermeiden.

Tabelle X.

Paraffin $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 3560 \\ \beta = 17,2. \end{array} \right.$

Schlag- weite in cm	Nach Monti				Meine Beobachtungen	
	Funkenpotential in C.G.S.-Einh.		Diff. in Proc.	F.-Pot. Schlagw.	Dicke d. Platte	Funkenpot. Dicke d. Platte in C.G.S.-Einh.
	beob.*	ber.				
0,0156	72,7	72,7	0	4660	0,015	4200
0,0219	95,8	95,1	0,7	4380	0,023	4290
0,0259	108,0	111,4	- 3,1	4170	0,030	4290
0,0281	118,3	117,2	0,9	4200	0,0335	4240
0,0359	145,0	145,0	0	4040	—	—

* Mit Kugelelektroden von 0,8 cm Durchmesser.

Ebonit.

Die Platten, welche mir zur Verfügung standen, konnten nicht bis auf Dicken kleiner als 0,015 cm abgeschliffen werden, ohne dass kleine Poren auftraten. Eine 0,015 cm dicke Platte wurde jedoch von der grössten messbaren Potentialdifferenz — ca. 140 C.G.S.-Einh. — nicht durchschlagen, sodass Bestimmungen des Funkenpotentials nicht vorgenommen werden konnten.

II. Teil.

Flüssige Dielektrica.

§ 11. Die Hauptschwierigkeit bei der Bestimmung des Funkenpotentials in einem tropfbar flüssigen Dielektricum — eine Schwierigkeit, welche, soweit aus den veröffentlichten Arbeiten geschlossen werden darf, bisher noch nicht überwunden ist — liegt in der Reinigung der Flüssigkeit von kleinen, festen Bestandteilen, wie vom atmosphärischen Staub oder sonstigen Fremdkörpern, die sich stets in einer Flüssigkeit finden. Derartige feste Teilchen werden sofort dorthin gezogen, wo die elektrische Kraft am grössten ist, d. h. gerade zwischen die Elektroden, und daher erleichtern sie, entweder

weil sie infolge ihrer Eigenschaft als gute Leiter wie Elektroden wirken, oder weil die Funkenentladung längs der Berührungsfläche beider Dielektrica eher einzutreten scheint¹⁾, die Entladung, sodass die Funkenentladung bei einer viel niedrigeren Potentialdifferenz stattfindet, als dies der Fall sein würde, wenn die festen Teilchen entfernt wären. Auch entstehen durch die Funkenentladung neue feste Teilchen, wahrscheinlich aus Kohlenstoff, da die benutzten Dielektrica gewöhnlich Kohlenwasserstoffe sind.

Ein flaschenförmiges Gefäss (vgl. Fig. 3) hatte einen weiten Hals, der eine poröse Zelle gerade aufnehmen konnte; der Hals des Gefässes verengte sich gerade über dessen Bauch, sodass die poröse Zelle nicht in den Bauch hinabsinken konnte; ein Gummiring um den oberen Rand der Zelle verschloss den Zwischenraum zwischen Zelle und Flasche. Der Bauch der Flasche war mit mehreren Oeffnungen versehen; zwei an entgegengesetzten Seiten waren durch Stopfen verschlossen, welche die Elektroden hielten; eine dritte am oberen Ende stellte eine Verbindung mit einer Luftpumpe her, mittels welcher der Apparat teilweise luftleer gemacht und das Filtriren beschleunigt werden konnte. Die Elektroden, Messingkugeln von 2 cm Durchmesser, wurden auf die Enden von dicken Messingstangen geschraubt, und diese gingen durch die Gefässöffnungen, durch die Glasstopfen des Apparates, in die sie auch eingekittet waren. Eine auch durch einen Stopfen verschliessbare Oeffnung den Elektroden gegenüber erlaubt eine genaue Messung der Entfernung beider Elektroden mittels des Ophthalmometers. Schliesslich diente eine Röhre, welche von dem Boden der Flasche ausging und durch einen Hahn verschliessbar war, zur Leerung des Apparates. Alle Oeffnungen waren luftdicht

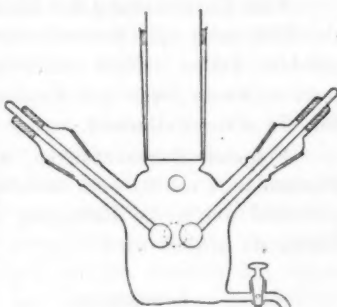


Fig. 3.

die Elektroden hielten; eine dritte am oberen Ende stellte eine Verbindung mit einer Luftpumpe her, mittels welcher der Apparat teilweise luftleer gemacht und das Filtriren beschleunigt werden konnte. Die Elektroden, Messingkugeln von 2 cm Durchmesser, wurden auf die Enden von dicken Messingstangen geschraubt, und diese gingen durch die Gefässöffnungen, durch die Glasstopfen des Apparates, in die sie auch eingekittet waren. Eine auch durch einen Stopfen verschliessbare Oeffnung den Elektroden gegenüber erlaubt eine genaue Messung der Entfernung beider Elektroden mittels des Ophthalmometers. Schliesslich diente eine Röhre, welche von dem Boden der Flasche ausging und durch einen Hahn verschliessbar war, zur Leerung des Apparates. Alle Oeffnungen waren luftdicht

1) E. D. Pierce, *Phys. Rev.* 2. p. 99. 1894.

verschiessbar. Wenn Luft in den Apparat gelassen wurde, um die Flüssigkeit herauszutreiben, um den Apparat zu spülen etc., so musste sie erst durch feine Gaze und durch eine Reihe von Wasser- und Schwefelsäureflaschen streichen, um frei von Staub und trocken zu werden.

Es stellt sich heraus, dass ein einziger Funke bereits feste Teilchen bildete, sodass nochmaliges Filtriren der Flüssigkeit und nochmaliges Ausspülen des Apparates nach jeder Beobachtung nötig wurde. Späterhin erwies sich, selbst nach vollständigem Ausspülen, das Funkenpotential kleiner als vor dem ersten Funken.

Eine Untersuchung der Elektroden ergab, dass sich infolge der Entladung ein oder mehrere kleine, hervorstehende Punkte gebildet hatten. Erst nachdem die Elektroden wieder polirt worden waren, war das Funkenpotential wieder so hoch wie für die erste Entladung.

Folgende Beobachtungen, welche sich auf Xylol und eine Funkenlänge von 0,04 cm beziehen, zeigen wie sehr das Funkenpotential durch die Reinigung der Flüssigkeit und auch der Elektrode erhöht wird.

Bedingungen:	Funkenpotential:
1. Gewöhnliches reines Xylol in offenem Gefäss	10—20 C.G.S.-Einheiten
2. Durch Seide filtrirt, in offenem Gefäss	25—40 „ „
3. Durch Thonzelle filtrirt, in geschlossenem Gefäss nach einem Funken	55—65 „ „
4. Desgleichen, ehe ein Funke übergang, Elektrode nicht frisch polirt	80—85 „ „
5. Desgleichen, ehe ein Funke übergang, Elektrode frisch polirt	93 „ „

Die Werte des Funkenpotentials, die von früheren Experimentatoren ¹⁾ erhalten wurden, sind von derselben Grössenordnung wie die, welche unter den obigen Bedingungen 1. und 2. erhalten wurden; zum Beispiel sind die für eine Funkenlänge von 0,06 cm angegebenen Werte folgende:

1) Vgl. MacFarlane, Gray, Pierce, Edmonson, l. c.

	Edmonson	Mac Farlane
für Xylol	14 C.G.S.-Einh.	—
„ Terpentinöl	23 „ „	18 C.G.S.-Einh.
„ Petroleum	—	10 „ „

Daraus darf man wohl schliessen, dass diese Bestimmungen durch die Gegenwart fester Teilchen in hohem Maasse beeinflusst waren. Nach dem Vorstehenden ist es notwendig, zwischen aufeinander folgenden Beobachtungen den Apparat auseinander zu nehmen, die Elektroden wieder zu poliren, die Entfernung der Elektroden zu messen und schliesslich den Apparat sorgfältig mit filtrirter Flüssigkeit auszuwaschen.

§ 12. In der dem beschriebenen Reinigungsprocesse unterworfenen Flüssigkeit konnten mit blossem Auge oder mit einer Lupe keine festen Teilchen gesehen werden. Lichtstrahlen, durch die Flüssigkeit geschickt, erleuchteten dieselbe zwar noch, aber in sehr viel geringerem Maasse als Flüssigkeit, welche durch Filtrirpapier oder durch Destillation gereinigt war, und nicht mehr zwischen den geladenen Elektroden als an anderen Stellen. Das senkrecht zur Strahlenrichtung ausgesandte Licht war vollständig geradlinig polarisirt, was gegen die Gegenwart gröberer Teilchen spricht, endlich hat dieses Licht einen bläulichen Ton, was auf Reflexion an Teilchen deutet, die klein sind gegen die Wellenlänge des Lichtes, sei es an fremden Teilchen, sei es an Flüssigkeitsmoleculen.

Diese optische Prüfung, welche nur an dem nicht fluorescirenden Benzol vorgenommen werden konnte, spricht dafür, dass Störung durch feste Fremdkörper vermieden ist.

Beobachtungen.

§ 13. Die Elektroden hatten 1 cm Radius. Verschiedene Beobachtungen bei gleicher Schlagweite stimmten bis auf etwa 3 Proc. überein. Auch bei den untersuchten tropfbaren Flüssigkeiten liessen sich die Ergebnisse durch die Formel $V = \alpha d + \beta$ darstellen.

Terpentinöl.

Käufliches Terpentinöl wurde in einem Glasapparat destillirt und dann, wie beschrieben, im Funkenapparat verwandt.

Tabelle XI.

Terpentinöl $\begin{cases} \alpha = 1410 \\ \beta = 20. \end{cases}$

Schlagweite in cm	Funkenpot., C.G.S.-Einh.		Differenz in Procenten	Funkenpotential Schlagweite
	beobachtet	berechnet		
0,0184	46,0	45,94	0,1	2500
0,0354	69,0	70,19	- 1,7	1950
0,046	86,9	84,9	2,0	1890
0,065	111,7	111,7	0	1720
0,067	119,0	114,6	4,0	1770
0,086	135,7	140,7	- 3,6	1570

Petroleum.

Es wurde käufliches Petroleum verwandt; Destilliren desselben veränderte das Funkenpotential nicht.

Tabelle XII.

Petroleum $\begin{cases} \alpha = 1920 \\ \beta = 20,16. \end{cases}$

Schlagweite in cm	Funkenpot., C.G.S.-Einh.		Differenz in Procenten	Funkenpotential Schlagweite
	beobachtet	berechnet		
0,016	46,0	51,1	- 10,0	2870
0,026	72,0	70,1	2,7	2770
0,028	74,5	73,9	0,8	2660
0,0341	86,5	85,7	1,0	2530
0,046	105,7	108,4	- 2,6	2300
0,052	121,0	120,0	0,9	2320
0,053	118,5	121,9	- 2,8	2270

Xylol.

Es wurde chemisch reines Xylol benutzt, und dieses von mir frisch überdestillirt.

Tabelle XIII.

Xylol $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1340 \\ \beta = 40. \end{array} \right.$

Schlagweite in cm	Funkenpot., C.G.S.-Einh.		Differenz in Procenten	Funkenpotential Schlagweite
	beobachtet	berechnet		
0,024	72,0	72,1	-0,1	3000
0,032	83,2	82,9	0,4	2600
0,044	97,0	98,9	-2,0	2200
0,054	110,0	112,3	-2,0	2040
0,0595	118,0	119,7	-1,0	1990
0,0635	125,0	125,4	0,1	1985
0,064	125,6	125,8	-0,1	1990
0,067	131,5	129,8	-1,3	1950

Tabelle XIV.

Benzol.

Schlagweite in cm	Funkenpotential, C.G.S.-Einh.	Funkenpotential Schlagweite
0,045	98,5	2180
0,054	114,0	2130

An dieser Flüssigkeit wurde festgestellt, dass die Potentialdifferenz, welche erforderlich war, damit ein zweiter Funke in dem noch ungereinigten Apparat übergang, nur ungefähr ein Zehntel der Potentialdifferenz des ersten Funkens betrug.

§ 14. Die Resultate des § 9 veranlassten mich, das Funkenpotential einer 5proc. Lösung von Anilin in Xylol zu prüfen, welche ein erheblich grösseres Ohm'sches Leitungsvermögen als das reine Xylol besitzt.

Schlagweite in cm	Funkenpotential, C.G.S.-Einh.	Funkenpotential Schlagweite	Werte d. Quotients für reines Xylol
0,044	96,0	2180	2200
0,0455	97,0	2085	2090

Der Anilinzusatz hat also das Funkenpotential kaum verändert; dabei zeigte sich die vergrösserte Ohm'sche Leitung durch die sehr starke Strömung zwischen den Elektroden, und dadurch, dass das Funkenpotential nur mit Mühe erreichbar war.

Es ist dabei indessen zu beachten, dass die besser leitende Flüssigkeit von der Stelle vertrieben wird, wo die elektrische Intensität am grössten ist und wo daher Funkenentladung stattfindet, wie dies nachweislich unter anderen Bedingungen der Fall ist¹⁾, und dass infolge dessen die Flüssigkeit, für welche das Entladungspotential wirklich bestimmt wurde, auch in diesem Falle ganz oder sehr nahezu reines Xylol sein kann.

§ 15. Bei der Untersuchung an festen Dielektrici haben wir gesehen (§ 5), dass das Entladungspotential für eine gegebene Dicke verschieden ist, wenn verschieden gestaltete Elektroden angewandt werden. Baille²⁾ und Paschen³⁾ haben gezeigt, dass sich die Funkenpotentiale in Luft bei Anwendung von Kugelelektroden beträchtlich mit der Grösse der Elektroden ändern, und zwar, dass bei kleinen Schlagweiten das Entladungspotential mit abnehmendem Kugelradius wächst. Etwas Aehnliches findet auch bei tropfbar flüssigen Dielektrici statt, wie die folgenden Beobachtungen zeigen:

Tabelle XV.

Xylol.

Schlagweite in cm	Mit Kugelelektroden, Radius 0,1 cm		Mit Kugelelektroden, Radius 1 cm	
	Funkenpot. in C.G.S.-Einh.	Potential Schlagweite	Funkenpot. in C.G.S.-Einh.	Potential Schlagweite
0,0132	58,6	4440	—	—
0,0245	82,0	3345	13,5	3000
0,030	96,0	3170	79,0	2630
0,034	107,0	3140	85,0	2600
0,042	122,0	2900	97,0	2310
0,050	135,0	2700	106,0	2120

§ 16. Maxwell⁴⁾ hat die elektrische Festigkeit eines Dielektricums definirt als „den Wert der elektrischen Intensität, welche in einem Dielektricum bestehen kann, ohne dass Funkenentladung stattfindet“. Eine Betrachtung der hier be-

1) E. Warburg, Wied. Ann. 54. p. 306. 1895.

2) J. B. Baille, Ann. de Chim. et de Phys. (5) 25. p. 531. 1882.

3) E. Paschen, Wied. Ann. 37. p. 79. 1889.

4) J. C. Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism 1. § 51. 1873.

stimmten Werte des Funkenpotentiales zeigt, dass die so definirte elektrische Festigkeit keineswegs eine Constante für die untersuchten festen oder flüssigen Dielektrica ist.

Bei allen mit Kugeln von 2 cm Durchmesser gemachten Beobachtungen ist der Abstand der Elektroden in allen Fällen so klein im Verhältnis zur Grösse der Elektroden dass der Quotient $\frac{\text{Potential}}{\text{Funkenlänge}}$ der elektrischen Intensität nahezu gleich ist. Doch wächst dieser Quotient bei den verschiedenen untersuchten festen und tropfbarflüssigen Körpern mehr oder weniger mit abnehmender Schlagweite.

Für die mit Xylol gemachten Versuche habe ich auch die grössten Werte der elektrischen Intensität (Feldstärke) zwischen den Kugeln nach den von Schuster¹⁾ gegebenen Formeln berechnet, welche auf die Kirchhoffsche Lösung des Problems der Verteilung der Elektrizität auf zwei Kugeln sich gründen.

Für die Berechnung auf meine Dissertation verweisend, gebe ich hier die Resultate:

Tabelle XVI.
Xylol.

Schlag- weite in cm	Funkenpotential		Elektrische Intensität	
	mit Elektroden von	mit Elektroden deren	mit Elektroden, deren	mit Elektroden, deren
	Radius 1 cm in C.G.S.-Einh.	Radius = 0,1 cm in C.G.S.-Einh.	Radius = 1 cm in C.G.S.-Einh.	Radius = 0,1 cm in C.G.S.-Einh.
0,024	72,0	80,5	3020	3610
0,032	83,2	103,0	2626	3470
0,044	97,0	126,0	2230	3340
0,050	106,0	135,0	2075	3240
0,0635	125,0	—	2020	—
0,067	131,5	—	2005	—

Die an anderen Flüssigkeiten gemachten Berechnungen ergeben ähnliche Resultate; in allen Fällen nimmt die elektrische Festigkeit mit wachsender Schlagweite ab, was seinen Ausdruck in der empirischen Formel $V = \alpha d + \beta$ findet. Diese Aenderungen der elektrischen Festigkeit oder besser der grössten elektrischen Intensität sind in Fig. 4 graphisch dargestellt.

1) A. Schuster, Phil. Mag. (5) 29. p. 182. 1890.

§ 17. In der Tab. XVII stelle ich die für α und β gefundenen Werte zusammen; Tab. XVIII enthält für die verschiedenen untersuchten Substanzen die elektrische Festigkeit

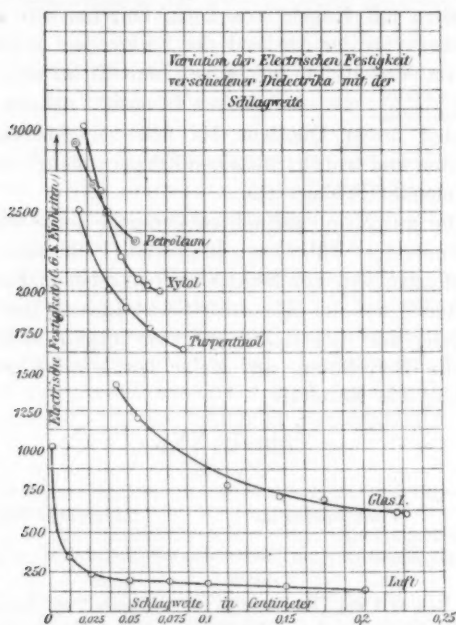


Fig. 4.

für die gegebenen Dicken und das Funkenpotential für dieselbe Dicke, zusammen mit dem geschätzten Funkenpotential für eine Dicke von 0,1 cm.

Tabelle XVII.

Constante.

Substanz	α	β
Glas I („709“)	420	41,50
Glimmer	18800	10,0
Paraffin (nach Monti)	3560	17,2
Terpentinöl	1410	20,0
Petroleum	1920	20,16
Xylol	1340	40,0
Benzol	1750	21,1

Tabelle XVIII.
Zusammenstellung.

Substanz	Schlag- weite in cm	Entladungs- potential in C.G.S.-Einh.	Elektrische Festigkeit (C.G.S.)	Funkenpot. für Schlagweite von 0,1 cm in C.G.S.-Einh.
Glas I	0,041	58,6	1440	83,5
	0,220	133,0	645	
Glas IV	0,149	118,0	800	—
Glas V	0,076	127,0	1710	—
Glas VI	0,041	110,0	2710	—
Glas XI	0,041	138,0	3410	—
Glimmer	0,0032	70,3	22000	1890
	0,006	124,0	20600	
Quarz: Schnitt				
⊥ zur opt. Axe	0,02	77,5	3870	—
„ „ „	0,02	101,0	5050	—
Paraffin	0,0156	72,7	4660	375
	0,0359	145,0	4030	
Ebonit	0,015	> 140	> 9000	—
Terpentinöl	0,0184	46,0	2520	161
	0,066	112,0	1730	
Petroleum	0,026	72,0	2800	212
	0,052	121,0	2370	
Xylol	0,024	72,0	3020	174
	0,0675	131,5	2005	
Benzol	0,045	98,5	2225	194(?)
	0,054	114,8	2170	

Ich möchte zum Schluss Hrn. Prof. Dr. E. Warburg für seine Anregung zu der vorliegenden Arbeit und vielfache Unterstützung bei der Durchführung meinen wärmsten Dank ausdrücken.

(Eingegangen 5. Februar 1900.)

9. Ueber die Quincke'schen Rotationen im elektrischen Feld; von L. Graetz.

1. Die von Hrn. Quincke zuerst beobachteten und ausführlich dargelegten Rotationen von Körpern im constanten elektrostatischen Felde¹⁾ haben das überraschende, das sie zuerst boten, durch die darauf folgenden Erklärungen der Herren Heydweiller²⁾, Boltzmann³⁾ und v. Schweidler⁴⁾ einigermaassen verloren. Nach diesen Erklärungen beruhen diese fortdauernden Rotationen auf der Abstossung der auf die Oberfläche der Körper durch Leitung eingeführten und der auf den benachbarten Elektroden vorhandenen Elektricität. Die einmal eingeleitete Bewegung muss, wenn die Ladungen des rotirenden Körpers periodisch neutralisirt werden, darnach fortauern, sie wird unterhalten durch die Energie der Stromquelle, welche die Elektroden des Feldes trotz des Leitungsverlustes geladen erhält. Das bekannteste Analogon zu diesen Quincke'schen Rotationen ist darnach der Versuch, bei welchem die Scheibe einer Influenzmaschine, deren Polen man von aussen, etwa durch eine gedrehte Influenzmaschine, Elektricität zuführt, dauernd rotirt (Kraftübertragung durch Influenzmaschinen). Die fortgesetzte Drehung der Scheibe beruht auch auf der Abstossung der auf der Scheibe liegenden und von ihr mitgeführten Elektricität durch die auf den Elektroden vorhandene und der Ausgleich der Ladungen, sowie die Zufuhr von Energie geschieht bei diesem Versuch in ganz analoger Weise, wie bei den Quincke'schen Rotationen.

1) G. Quincke, Wied. Ann. 59. p. 417. 1896.

2) A. Heydweiller, Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin 16. p. 32. 1896.

3) L. Boltzmann, Wied. Ann. 60. p. 399. 1897.

4) E. v. Schweidler, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 106. Abt. IIa. p. 1. 1897.

Nach der von v. Schweidler gegebenen Theorie lässt sich das Drehungsmoment, welches auf eine Kugel in einem Felde von bekannter Stärke wirkt, angeben. Die vollständige Behandlung aber der von Hrn. Quincke und von Hrn. Heydweiller¹⁾ angestellten Beobachtungen führt auf eine Differentialgleichung, deren Lösungen kaum zu ermitteln sind. Bei der Versuchsanordnung der genannten Forscher machen nämlich die isolirenden Körper, die sich in dem dielektrischen, etwas leitenden Medium befinden, nicht fortdauernd Rotationen nach derselben Richtung, sondern Oscillationen, da sie an einem Faden aufgehängt sind und durch die Torsion des Fadens nach bestimmten Zeiten die Bewegung wieder umgekehrt wird.

2. Weit einfachere Verhältnisse, sowohl für das Experiment, wie für die Theorie, erzielt man, wenn man versucht, die Körper nicht an Faden aufzuhängen, sondern um feste Axen sich drehen zu lassen.

Dann muss nämlich der Körper nach einiger Zeit constante Rotationsgeschwindigkeit annehmen, wenn das Drehungsmoment der reibenden Kräfte dem elektrischen Drehungsmoment gleich geworden ist. Da man das erstere für jeden Versuch ohne Schwierigkeit bestimmen kann, so hat man zunächst dadurch ein Mittel, die Theorie zu prüfen und weiter die Leitung der einzelnen Medien zu bestimmen. Um die Experimente in dieser Weise zu vereinfachen, wurde zunächst versucht, die Körper um eine feste Axe sich drehen zu lassen, wobei diese Axe in zwei Punkten, oben und unten, gelagert wurde. Indess zeigte sich hierbei die Reibung im allgemeinen zu gross. Wohl aber gelang es leicht, die Körper sich auf einer Spitze drehen zu lassen. Um berechenbare Verhältnisse zu erlangen, wurden die Körper in Kugelform genommen. Kugeln aus Schwefel, Ebonit, Paraffin von ca. 1 cm Durchmesser wurden in der Richtung eines Durchmessers eng durchbohrt, und die Bohrung auf einer Seite durch ein Achatstückchen, das fest eingesetzt, bez. eingeschmolzen wurde, verschlossen. Mit diesen Achathütchen konnten dann die Kugeln auf eine Nähnadelspitze gesetzt werden und sie rotirten unter den Bedingungen der Quincke'schen Versuche dauernd in

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. **69**. p. 531. 1899.

derselben Richtung, wobei sie sehr rasch constante Geschwindigkeiten erlangten.

3. Die Reibung, die bei dieser Versuchsanordnung ins Spiel tritt, ist, wie die Versuche lehren und wie es auch von vornherein wahrscheinlich ist, hauptsächlich diejenige an der Spitze und dem Achat. Die Reibung der Flüssigkeit kommt nur in verhältnismässig geringem Betrage ins Spiel. Die Reibung an der Spitze aber, da sie von uncontrolierbaren Oberflächenbeschaffenheiten abhängt, ist keine, während aufeinanderfolgender Versuche constant bleibende Grösse, sondern ändert sich bei jedem neuen Aufsetzen der Kugel auf die Spitze. Zuweilen ist auch während eines Versuches diese Spitzenreibung veränderlich, wenn der Auflagepunkt des Achathütchens nicht vollständig unveränderlich bleibt. Ein Schwanken der Kugel braucht dabei mit dem blossen Auge durchaus nicht erkennbar zu sein. Man erkennt dann aber, wenn man die Umdrehungsgeschwindigkeiten der Kugel misst, ein periodisches Abnehmen und Zunehmen derselben, welches sich auf solche minimale Verlagerungen zurückführen lässt. Bei guter Spitze und sorgfältiger Auflage der Kugel erreicht man aber in gegebenem elektrischen Felde leicht nach einiger Zeit eine constante Rotationsgeschwindigkeit für längere Zeit, womit die Unveränderlichkeit der Reibung *eo ipso* mitgegeben ist. Um die Grösse dieser Reibung, die von Versuch zu Versuch veränderlich ist, zu bestimmen, braucht man nur, nach Ausschalten des elektrischen Feldes, d. h. nach Entladung der Condensatorplatten, die Bewegung abklingen zu lassen und die Zeiten zu bestimmen, in welchen die Kugel eine Anzahl Umdrehungen noch ausführt. Aus der Messung dieser Zeiten, die mit einem Chronographen ausgeführt wurden, erhält man den Wert des in Frage kommenden Reibungscoefficienten b , dividirt durch das Trägheitsmoment K der Kugel, da die Bewegung nach der Gleichung

$$K \frac{d^2 \omega}{dt^2} = \frac{b d \omega}{dt}$$

geschieht. Zu diesem Wert muss man noch wegen der Hysteresis¹⁾ der Kugeln eine Correction fügen, die man erhält, wenn

1) W. Schaufelberger, Wied. Ann. 65. p. 635. 1898; 67. p. 307. 1899.

man das Abklingen einer rotirenden Bewegung in Luft einmal ohne und einmal mit Ladung der Condensatorplatten bestimmt. Diese Correction für b betrug hier annähernd 0,0038. Unter Umständen kann b bei verschiedenen Versuchen in derselben Flüssigkeit ziemlich gleich ausfallen, in anderen Fällen aber ist es von Versuch zu Versuch sehr verschieden. So ergab sich in mehreren Versuchen, bei denen eine Schwefelkugel in Aether rotirte, b zu 0,03913, 0,03886, 0,03976, schwankte aber in anderen Versuchen zwischen 0,03370 und 0,04587. Bei einer Ebonitkugel in Aether fanden sich sogar bei verschiedenen Versuchen Werte von b zwischen 0,02951 und 0,04046, je nachdem eben die Spitze etwas schärfer oder etwas stumpfer war.

4. Ist die Reibung, d. h. die Grösse b aber für jeden Versuch besonders bestimmt, so lässt sich aus der Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit, bez. aus der Zeit τ einer ganzen Umdrehung der Kugel eine Prüfung der Theorie und eine Bestimmung der sehr kleinen Leitungsvermögen der angewendeten schlecht leitenden Flüssigkeiten vornehmen, letzteres allerdings nur in dem Fall, dass das Leitungsvermögen des benutzten festen Körpers so klein ist, dass es gegen das der Flüssigkeit vernachlässigt werden kann. Nach der Berechnung von v. Schweidler ist nämlich das Drehungsmoment der elektrischen Kräfte, die auf eine Kugel vom Radius R in einem Felde von der elektrostatischen Kraft F und bei einem Medium von der Leitungsfähigkeit λ_a wirken,

$$D = \frac{c_1 \frac{d\omega}{dt}}{1 + c_2 \left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2},$$

wobei

$$c_1 = \frac{3}{16\pi} \frac{R^3 F^2}{\lambda_a}, \quad c_2 = \frac{9}{64\pi^2} \frac{1}{\lambda_a^2}$$

ist.

Die Gleichung, welche die Bewegung der Kugel unter dem Einfluss dieses Drehungsmomentes und des der Reibung bestimmt, lässt sich allgemein integrieren und giebt, wenn mit v die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet wird, als Lösung

$$\frac{(v^2 - m)^n}{v} = D e^{-\epsilon t},$$

wo m, n, ϵ bestimmte Constanten, D eine Integrationsconstante ist.

Wenn der stationäre Zustand erlangt ist, ist

$$v^2 = m$$

oder

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 = \frac{c_1 - b}{c_2 b}.$$

Daraus berechnet sich die Leitungsfähigkeit aus einer quadratischen Gleichung.

Wenn bei verschiedenen Werten von F und $d\omega/dt$ sich angenähert constante Werte von λ_a ergeben, so ist das ein nachträglicher Beweis für die Richtigkeit der Theorie.

5. Es wurde die Zeit einer Umdrehung der Kugel dadurch bestimmt, dass die Zeit für 10 oder 20 Durchgänge einer auf der Kugel angebrachten Marke durch eine Visirlinie beobachtet wurde. Die Kugel befand sich auf einer Spitze zwischen zwei Condensatorplatten, die durch die Wände eines Glastroges hindurchgesteckt waren. Die Platten wurden durch eine Hochspannungsbatterie geladen. Bei vielen Beobachtungen war der Bereich der anzuwendenden Spannungen dadurch sehr beschränkt, dass bei kleinen Spannungen die Kugeln sich nicht, bei grossen aber so rasch sich bewegten, dass eine Zählung der Durchgänge unmöglich war. Die Rotationsgeschwindigkeit der Kugeln blieb übrigens, auch wenn die Reibung an der Spitze sich in längerer Zeit als unveränderlich ergab, nicht immer gleich. Vielmehr wurde fast regelmässig eine Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit nach längerer Versuchsdauer constatirt. Es beruht das offenbar auf der Veränderlichkeit der Leitfähigkeit dieser Substanzen, welche von dem allmählichen Aufzehren der vorhandenen Ionen herrührt und welches von Quincke¹⁾, Kohlrausch und Heydweiller²⁾, Warburg³⁾ festgestellt und aufgeklärt ist. Auch bei verschiedenen grossen elektrischen Kräften ist das Leitvermögen nicht dasselbe, sondern wächst mit zunehmender Kraft. Trotzdem aber geben die Beobachtungen innerhalb dieser Grenzen übereinstimmende Werte, wie man hauptsächlich daraus erkennt, dass es un-

1) G. Quincke, Wied. Ann. 28. p. 545. 1886.

2) F. Kohlrausch u. A. Heydweiller, Wied. Ann. 53. p. 209. 1894; 54. p. 385. 1895.

3) E. Warburg, Wied. Ann. 54. p. 396. 1895.

abhängig ist, aus welcher Substanz die sich drehende Kugel gewählt wird, wenn sie nur die Bedingung der sehr geringen Leitfähigkeit gegenüber der der Flüssigkeit erfüllt.

6. So ergab eine Schwefelkugel von 0,575 cm Radius und dem Gewicht $G = 1,387$ g in Aether folgende Werte der Dauer τ einer Rotation, wobei eine Potentialdifferenz V (in Volt) der Platten, bei $d = 2$ cm Abstand, derselben angewendet wurde. Die elektrische Kraft F im elektrostatischen Maass ist, gleich V , dividirt durch $300 \cdot d$. Die aus der oben angeführten Formel berechneten Werte der Leitfähigkeit λ des Aethers sind in elektrostatischem Maass ausgedrückt. Um sie auf die Leitfähigkeit des Quecksilbers als Einheit zu beziehen, sind sie mit 10^{-16} zu multipliciren.

Schwefelkugel in Aether.

$V =$	1700	1800	1900	1800	1900	Volt
$F =$	2,933	3,000	3,167	3,000	3,167	$\left(\frac{g \frac{1}{2}}{cm \frac{1}{2} sec} \right)$
$\tau =$	1,136	0,867	0,630	0,870	0,640	sec
$\lambda \cdot 10^{16} =$	3,927	4,257	4,735	4,358	4,606	(Hg = 1)

Ebonitkugel in Aether.

Die Ebonitkugel hatte einen Radius von 0,58 cm und ein Gewicht $G = 0,902$ g. Der Abstand der Condensatorplatten war $d = 1,8$ cm. Es ergab sich:

$V =$	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	Volt
$F =$	2,407	2,593	2,778	2,963	3,148	3,333	3,519	$\left(\frac{g \frac{1}{2}}{cm \frac{1}{2} sec} \right)$
$\tau =$	2,445	1,223	0,846	0,807	0,523	0,500	0,477	sec
$\lambda \cdot 10^{16} =$	2,245	2,511	2,787	3,215	3,384	3,871	4,381	

Die Zahlen in dieser und der vorigen Tabelle schwanken nicht mehr, als es bei solchen schlechten Leitern gewöhnlich der Fall ist. Dagegen ist die Ordnung des Leitungsvermögens des Aethers nach diesen Beobachtungen eine andere, als man bisher annahm. Ich habe allerdings nur eine Angabe über die Grössenordnung der Leitungsfähigkeit des Aethers gefunden.

Von Koller¹⁾ wird der spezifische Widerstand des Aethers gleich dem des Alkohols zu $200 \cdot 10^8$ bezogen auf Quecksilber angegeben, wonach λ von der Grösse wäre $5 \cdot 10^{-11}$ ($Hg = 1$). In einer Arbeit von Pfeiffer²⁾ wird dagegen die Leitungsfähigkeit seines Alkohols zu $1,876 \cdot 10^{-11}$ bestimmt, während die Leitungsfähigkeit des Aethers unmessbar klein war, jedenfalls lag sie weit unterhalb $3 \cdot 10^{-13}$, welches die unterste messbare Grenze bei seinem Apparat war. Es dürfte daher die Angabe von Koller sich auf einen stark verunreinigten Aether beziehen, und die aus den obigen Versuchen ermittelten Zahlen erscheinen daher nicht unwahrscheinlich.

7. Es wurden dieselben Kugeln auch in Benzol untersucht. Die Leitungsfähigkeit des Benzols wurde nach mehrmaligem Stromdurchgang merklich geringer. Es zeigte sich schon bei jedem einzelnen Versuch, dass bald nach Anbringung der elektromotorischen Kraft die Kugeln rasch liefen, ihre Geschwindigkeit aber im Laufe weniger Minuten verlangsamten, um nach einiger Zeit einen ziemlich constanten Wert zu bekommen. So wurde bei $F = 3,519$ und der Schwefelkugel die Rotationsdauer τ folgendermaassen gefunden. Zehn Umdrehungen fanden statt

nach 1 halben Minute in 12,8 sec

"	2	"	"	"	13,5	"
"	3	"	"	"	14,5	"
"	4	"	"	"	15,1	"
"	5	"	"	"	15,6	"
"	6	"	"	"	15,4	"

Bei einem anderen Versuch mit $F = 4,785$ ergab sich, dass zehn Umdrehungen stattfanden

nach 1 halben Minute in 15,6 sec

"	2	"	"	"	17,0	"
"	3	"	"	"	20,0	"
"	4	"	"	"	20,5	"
"	5	"	"	"	20,5	"

1) A. Koller, Exner Rep. 26. p. 1. 1890.

2) G. J. Pfeiffer, Wied. Ann. 26. p. 226. 1885.

Bei Anwendung höherer Spannung findet dann auch wieder erst eine raschere, dann eine langsamere Rotation statt. Es erklärt sich dies alles durch die geringe Zahl von Ionen, die die Leitung hervorbringen und die durch den Strom verbraucht werden. Eine Berechnung einiger Versuche ergab folgende Werte von λ .

Schwefelkugel in Benzol.

Abstand der Platten	$d =$	1,8	2,02	2,02 cm
Spannung in Volt	$V =$	1900	2900	3900
Dauer einer Umdrehung	$\tau =$	1,516	2,00	1,00
Elektrische Kraft	$F =$	3,519	4,785	6,435
	$\lambda \cdot 10^{18} =$	0,015	0,017	0,027

Die Werte der Leitungsfähigkeit ca. $2 \cdot 10^{-18}$ stimmen recht gut mit den von Koller angegebenen Zahlen. Doch hängt auch hier die Leitungsfähigkeit wesentlich ab von der vorgängigen Behandlung des Benzols.

Durch diese Berechnungen ist wohl die Theorie Schweidler's im grossen und ganzen, soweit dies bei der Inconstanz des Leitungsvermögens möglich ist, bestätigt. Es dürfte umgekehrt nun die Beobachtung der Rotationsgeschwindigkeit solcher Kugeln ein sehr empfindliches Mittel abgeben zur Bestimmung der Grösse und der Veränderlichkeit des Leitungsvermögens sehr schlecht leitender Substanzen.

8. Nach der interessanten Ausdehnung, die Heydweiller¹⁾ den Quincke'sche Versuchen gegeben hat, indem er sie auf verdünnte Gase anwendete, lag der Gedanke nahe, zu versuchen, ob solche Kugeln in Luft von Atmosphärendruck, die durch Röntgenstrahlen leitend gemacht wird, ebenfalls rotiren, um auf diese Weise die Leitfähigkeit der bestrahlten Luft zu bestimmen. Es gelang dies ohne weiteres und es gehen sogar diese Versuche in ionisirter Luft von Atmosphärendruck sehr regelmässig vor sich. Zur Betrahlung wurde eine Voltohmröhre angewendet, die ihre Strahlen zwischen die Condensatorplatten von oben oder von der Seite hineinwarf. Im Folgenden ist eine Beobachtungsreihe für verschiedene Spannungen an-

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 69. p. 531. 1899.

gegeben. Die Reibung der Schwefelkugel in Luft ergab sich in den verschiedenen Versuchen zu

$$\begin{aligned} b &= 0,03095 & b &= 0,03254 \\ b &= 0,02857 & b &= 0,03461 \\ b &= 0,02592 \end{aligned}$$

Das Mittel 0,03051 wurde zur Berechnung benutzt.

Die erhaltenen Resultate sind folgende:

Potentialdifferenz der Platten V in Volt	Atmosphärische Luft mit Röntgenstrahlen bestrahlt		
	Elektrische Kraft F (elektrostatisch)	Dauer einer Umdrehung τ in Secunden	Leitungsfähigkeit $\Delta 10^{10}$ (Hg = 1)
2700	4,455	0,465	0,250
2500	4,126	0,532	0,225
2400	3,960	0,585	0,206
2200	3,630	0,65	0,200
2100	3,465	0,72	0,186
1900	3,135	0,765	0,193
1700	2,805	0,830	0,208
1500	2,475	0,845	0,255
1300	2,145	0,895	0,308
1100	1,815	0,980	0,400

Mittel 0,242

Die Leitungsfähigkeit der durch die Strahlen ionisirten Luft liegt also in der Nähe von $0,244 \cdot 10^{-16}$, d. h. bestrahlte Luft hat eine Leitungsfähigkeit, die zwischen der des Aethers und des Benzols liegt, etwa 10 mal kleiner ist, als die des Aethers.

Aus den bisher vorliegenden Beobachtungen ist ungefähr dieselbe Grössenordnung für die Leitungsfähigkeit zu berechnen, die sich naturgemäss mit der Entfernung der Röntgenröhre von dem Condensator, mit der Stärke der von ihr ausgesendeten Strahlung und auch mit der Stromstärke ändert. So fand Winkelmann¹⁾ für eine bestrahlte Luftschicht von 1 cm Dicke zwischen zwei Platten von 528 und 305 qcm Fläche den Widerstand $8,8 \cdot 10^8$ Ohm. Daraus ergibt sich λ zu etwa $4 \cdot 10^{-16}$ (Hg=1). Bei 8 cm Abstand der Platten war der Widerstand nur $24,2 \cdot 10^8$ Ohm, sodass dabei sich λ zu ungefähr 10^{-15}

1) A. Winkelmann, Wied. Ann. 66. p. 21. 1898.

ergiebt. Bei 0,5 cm Abstand war der Widerstand $5,6 \cdot 10^8$, daher $\lambda = 3 \cdot 10^{-16}$. Aus den Versuchen von Hillers¹⁾ berechnet sich ein ähnlicher Wert. Bei einem Querschnitt von 425 cm^2 und einem Abstand der Platten von ca. 5 mm ergab sich der Widerstand der bestrahlten Luftschicht zu $0,67 \cdot 10^9$, woraus sich λ zu $2 \cdot 10^{-16}$ berechnet. Sind auch diese Werte von λ grösser als der aus den obigen Versuchen berechnete, so ist der Unterschied doch kein allzu erheblicher, in Anbetracht der notwendigen Verschiedenheiten der Versuche. Die Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes, die zur Berechnung der Leitfähigkeit aus Spannung und Stromstärke notwendig vorausgesetzt wird, wird bei der Bestimmung derselben aus Rotationsversuchen nicht vorausgesetzt. Bei längerer Einwirkung einer hohen Spannung auf die ionisirte Luft nimmt die Rotationsgeschwindigkeit erheblich ab, offenbar weil auch hierbei mehr Ionen pro Zeiteinheit durch den Strom verbraucht werden, als von der Strahlung neue erzeugt werden.

9. Da diese Rotationen ein sehr empfindliches Reagenz auf sehr kleine Leitungsfähigkeiten und deren Veränderung sind, so wurde versucht, die Frage zu entscheiden, ob die Röntgenstrahlen auch andere Substanzen als die Gase ionisiren, eine Frage, die bekanntlich von verschiedenen Seiten verschieden, hauptsächlich aber bisher im negativen Sinne, beantwortet wurde.²⁾ Es wurde eine Schwefelkugel in Benzol durch Anwendung verschiedener Spannungen zur Rotation gebracht, die Dauer einer Umdrehung bei constanter Rotation gemessen, dann die Flüssigkeit durch die Röntgenröhre bestrahlt, wieder die Dauer der Rotation gemessen und dasselbe mehrfach wiederholt. Es ergaben sich bei 3500 Volt Spannung zwischen den Condensatorplatten von 2,02 cm Abstand die aufeinanderfolgenden Werte von τ .

1. Ohne Röntgenstr.:	5 Umdr. in	11,0	9,8	11,0	11,0	11,2	— sec,	daraus $\tau = 2,16''$ sec
2. Mit	5	„	„	9,6	9,6	9,6	9,4 9,8 9,0	„ „ $\tau = 1,90$ „
3. Ohne	5	„	„	10,6	10,6	9,0	10,2 10,6 —	„ „ $\tau = 2,04$ „
4. Mit	5	„	„	9,6	9,6	9,6	— — —	„ „ $\tau = 1,92$ „
5. Ohne	5	„	„	11,0	10,6	10,6	10,8 10,2 —	„ „ $\tau = 2,18$ „

1) W. Hillers, Wied. Ann. 69. p. 196. 1899.

2) O. Lodge, Electrician 38. p. 161. 1896; Beattie u. Smolan, Phil. Mag. 43. p. 418. 1897.

Es zeigt sich also jedesmal die Rotationsgeschwindigkeit grösser bei der Bestrahlung als ohne Bestrahlung.

Ein anderer Versuch mit 3900 Volt Spannung gab dasselbe Resultat. Um dem Einwand zu entgehen, dass etwa die über der drehbaren Kugel angebrachte Röhre vermöge ihrer elektrostatischen Wirkung die Kugel etwas hebt und dadurch die Reibung an der Spitze vermindert, wurde hier die Röntgenröhre so aufgestellt, dass sie von der Seite ihre Strahlen zwischen die Condensatorplatte warf. Es ergab sich hierbei, bei einer ähnlichen Zahl von Einzelbeobachtungen, wie oben:

- | | |
|---------------------|-------------------|
| 1. Mit Bestrahlung: | $\tau = 1,74$ sec |
| 2. Ohne " | $\tau = 2,07$ " |
| 3. Mit " | $\tau = 1,76$ " |
| 4. Ohne " | $\tau = 2,00$ " |

Also ergab sich auch hierbei eine Vergrößerung der Leitfähigkeit durch Bestrahlung.

Ähnlich verliefen die Versuche bei einer Schwefelkugel in Aether. Dabei ergaben sich bei 2500 Volt Spannung und 2,56 cm Abstand der Platten folgende Zahlen:

- | | |
|----------------------|-------------------|
| 1. Ohne Bestrahlung: | $\tau = 0,76$ sec |
| 2. Mit " | $\tau = 0,60$ " |
| 3. Ohne " | $\tau = 0,73$ " |
| 4. Mit " | $\tau = 0,55$ " |
| 5. Ohne " | $\tau = 0,69$ " |
| 6. Mit " | $\tau = 0,55$ " |

Ebenso waren bei 2100 Volt Spannung die Zeiten τ :

- | | |
|----------------------|-------------------|
| 1. Ohne Bestrahlung: | $\tau = 1,46$ sec |
| 2. Mit " | $\tau = 1,12$ " |
| 3. Ohne " | $\tau = 1,30$ " |
| 4. Mit " | $\tau = 1,07$ " |

Es zeigt sich also eine Beeinflussung der Leitfähigkeit der Flüssigkeiten in dem Sinne, dass die Leitung besser wird, wenn die Bestrahlung stattfindet, dass also auch hier eine Ionisation stattfindet.

Dieselbe Vergrößerung der Drehungsgeschwindigkeit zeigte sich auch, wenn der Versuch in der ursprünglichen Quincke'schen Weise, mit an Fäden aufgehängten Kugeln, ausgeführt wurde.

Die Leitfähigkeit des angewendeten Benzols berechnet sich bei diesen Versuchen ungefähr zu $0,598 \cdot 10^{-18}$, wenn dasselbe nicht bestrahlt war, dagegen zu $0,730 \cdot 10^{-18}$, wenn es bestrahlt war. Es ist sehr wohl möglich, dass solche geringe Aenderungen der Leitfähigkeit bei den anderen bisher angestellten Untersuchungen der Beobachtung entgangen sind, da ja die Luft unter denselben Umständen von einem vollkommenen Nichtleiter zu einem Leiter von derselben Ordnung wird, wie es die angewendeten Flüssigkeiten überhaupt sind.

Einige Versuche, die zeigen sollten, ob auch bei Bestrahlung mit ultravioletttem Licht oder mit radioactiver Substanz Aenderungen der Leitfähigkeit der Luft oder der obigen Flüssigkeiten sich ergeben, gaben für die Luft gar keine, für die Flüssigkeiten unsichere Resultate. Bei der radioactiven Substanz liegt das vermutlich an der geringen Wirksamkeit des benutzten Präparates.

10. Die obigen Darlegungen haben ein sehr vereinfachtes Verfahren zur Beobachtung und Messung der Quincke'schen Rotationen ergeben, sie haben gezeigt, dass die Erklärung dieser Rotationen durch die Abstossung der geladenen Teile des rotirenden Körpers von den gleichnamig elektrischen Elektroden auch quantitativ die Erscheinungen darstellt, dass infolge dessen die Rotationen dazu dienen können, für sehr schlecht leitende Substanzen die Leitfähigkeit und ihre Aenderungen unter verschiedenen Umständen zu bestimmen. Es wurde diese Methode insbesondere angewendet zur Messung der Leitfähigkeit der Luft, die durch Röntgenstrahlen ionisirt wurde und es zeigte sich, dass auch bei den Flüssigkeiten, Benzol und Aether, nach dieser Methode eine Vergrößerung der Leitfähigkeit durch Bestrahlung nachzuweisen war.

München, Physik. Inst. d. Univ., Februar 1900.

(Eingegangen 17. Februar 1900.)

10. *Ueber den Einfluss von Oberflächenschichten
auf das Kerr'sche magneto-optische Phänomen;
von F. J. Micheli.*

(Hierzu Taf. III, Figg. 1—4.)

(Auszug aus der Leipziger Inaugural-Dissertation.)

§ 1. Einleitung.

Seitdem Kerr¹⁾ die wichtige Entdeckung gemacht hat, dass das von den Seiten oder Polflächen eines Magnetes reflectirte Licht eine Drehung seiner Polarisationsebene erleidet, haben sich viele Beobachter mit dieser Erscheinung beschäftigt.

Kurz zusammengefasst sind die beobachteten Thatsachen folgende: Geradlinig polarisirtes Licht, welches von einem nicht magnetisirten Metallspiegel unter irgend einem Einfallswinkel reflectirt wird, bleibt, wie bekannt, in zwei Fällen geradlinig polarisirt, nämlich, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes in der Einfallsebene liegt oder senkrecht dazu steht. Diese beiden Fälle sollen hier allein berücksichtigt werden: Die Polarisationsebene des reflectirten Lichtes liegt dann auch in, bez. senkrecht zur Einfallsebene. Wenn nun ein Spiegel aus stark magnetisirbarem Metall (Fe, Ni, Co) verwendet wird, so tritt bei Magnetisirung desselben eine Erhellung des Gesichtsfeldes ein, wenn vorher Polarisator und Analysator gekreuzt waren. Diese Aufhellung des Gesichtsfeldes kann man als eine durch die Magnetisirung erzeugte Drehung der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes ansehen. (Eine strengere Untersuchung zeigt allerdings, dass das reflectirte Licht überhaupt nicht mehr streng linear polarisirt bleibt.) Die Richtung und der Betrag dieser Drehung hängen nicht nur

1) J. G. Kerr, Phil. Mag. (5) 3. p. 321. 1877; 5. p. 161. 1878.

vom Einfallswinkel ab, sondern auch von der Stellung der Polarisationssebene des einfallenden Lichtes gegen die Einfallsebene. (Ob sie parallel oder senkrecht zu ihr ist.)

Für „äquatoriale“ Magnetisirung (damit wird der Fall bezeichnet, dass die magnetischen Kraftlinien parallel der Oberfläche des Spiegels und parallel der Einfallsebene verlaufen) ergibt sich bei Eisen folgendes: Ist das Licht parallel zur Einfallsebene polarisirt, so ist der Sinn der Drehung für alle Einfallswinkel der nämliche, und zwar der Richtung der Ampère'schen Molecularströme des reflectirenden magnetisirten Spiegels entgegengesetzt. Steht dagegen die Polarisationssebene senkrecht zur Einfallsebene, so ist der Sinn der Drehung demjenigen der Ampère'schen Molecularströme gleich für Einfallswinkel von 0° bis etwa 80° ; wechselt dann aber und ist von 80° — 90° dem Sinne der Ampère'schen Molecularströme entgegengesetzt. Der Einfallswinkel, bei welchem dieser Zeichenwechsel der Drehung eintritt, wird aber von den verschiedenen Beobachtern nicht genau übereinstimmend angegeben.

Von der Stärke der Magnetisirung hängt φ' nicht ab, wie sowohl experimentell, als auch aus theoretischen Gründen folgt. Es ist daher die Frage, ob φ' durch die verschiedene Natur der Stahlspiegel oder durch Oberflächenschichten des Spiegels beeinflusst wird. Der kritische Einfallswinkel φ' hat insofern theoretische Wichtigkeit, weil sich aus ihm in relativ einfacher Weise das Verhältnis der beiden charakteristischen magneto-optischen Constanten des Spiegels berechnen lässt.

Der Hauptzweck der vorliegenden Arbeit ist nun, zu untersuchen, ob der Wert jenes kritischen Einfallswinkels bei Stahl, Nickel und Kobalt durch Oberflächenschichten beeinflusst wird; ferner soll untersucht werden, ob bei möglichst reinem Spiegel sich die magneto-optischen Reflexionsphänomene bei äquatorialer Magnetisirung durch die vorhandenen Theorien innerhalb der Beobachtungsfehler darstellen lassen oder nicht.

Was diese Theorien anbelangt, so ist zu bemerken, dass die zunächst aufgestellten (von Lorentz, Voigt u. a.) zur Darstellung des Kerr'schen Phänomen nicht ausreichten, denn, einerseits fand Sissingh¹⁾ zwischen den beobachteten und be-

1) R. Sissingh, Wied. Ann. 42. p. 115. 1891.

rechneten Werten für die Phase der magneto-optischen Componente bei Eisen einen Unterschied von etwa 85^0 ; andererseits wies auch Drude nach, dass jene Theorien nicht mit der Existenz eines kritischen Einfallswinkels φ' verträglich waren. Später erschienen Theorien von Goldhammer¹⁾ und Drude²⁾, welche den erwähnten Sissingh'schen Phasenunterschied erklären, falls derselbe für alle Einfallswinkel constant ist, was der Fall zu sein scheint, und welche überhaupt die Beobachtungen an Eisen gut darstellen. Die Drude'sche Theorie unterscheidet sich dadurch von der Goldhammer'schen, dass in ersterer nur *eine* magneto-optische Constante eingeführt wird, in letzterer dagegen *zwei*. Die Beobachtungen an Kobalt und Nickel sprechen aber entschieden zu Gunsten der allgemeinen Goldhammer'schen Theorie. Die Drude'sche Theorie lässt sich dadurch sehr einfach mit den Resultaten der Goldhammer'schen Theorie in Uebereinstimmung bringen, dass die bei Drude eintretende reelle magneto-optische Constante als complex angenommen wird. Neuerdings zeigte Drude³⁾, dass man nach theoretischen Ueberlegungen im allgemeinen immer zu einer complexen magneto-optischen Constanten, d. h. zu zwei Constanten geführt wird, wenn man von bestimmten physikalischen Vorstellungen, nämlich von Ampère'schen Molecularströmen und der elektromagnetischen Grundlage der Dispersionstheorie ausgeht. Die Theorie scheint nun sichergestellt zu sein, insofern verschiedene Ausgangspunkte (auch der Hall-effect) immer zu denselben Endresultaten führen.⁴⁾ Man muss also im allgemeinen mit *zwei* magneto-optischen Constanten rechnen.

Immerhin ist es bemerkenswert, dass die bisher zu den Beobachtungen benutzten Nickel- und Kobaltspiegel, welche gerade zu der Benutzung von zwei magneto-optischen Constanten nötigten, sicher Oberflächenschichten besaßen, wie aus dem zu kleinen Werte ihrer Haupteinfallswinkel hervorgeht, während die Stahlspiegel viel reiner waren. Dadurch

1) A. Goldhammer, Wied. Ann. 46. p. 71. 1892.

2) P. Drude, Wied. Ann. 46. p. 353. 1892.

3) P. Drude, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 107. 1899.

4) Vgl. darüber Drude, l. c.

liegt die Vermutung nahe, dass *reine* Kobalt- und Nickelspiegel sich vielleicht dem Verhalten der Stahlspiegel mehr nähern würden, oder dass wenigstens das aus den Beobachtungen zu berechnende Verhältnis der beiden magneto-optischen Constanten des Spiegels durch die Reinheit des Spiegels beeinflusst wurde. *Letzteren Schluss haben in der That die hier angestellten Beobachtungen bestätigt, aber es mag gleich bemerkt werden, dass auch für reine Nickel- und Kobaltspiegel die Annahme nur einer magneto-optischen Constante nicht genügt.*

§ 2. Apparat und Messungen.

Der benutzte Apparat war von Dietrich in Göttingen bezogen. Derselbe hatte die Gestalt eines Spectrometers; Collimator und Fernrohr desselben waren mit drehbaren Nicol'schen Prismen versehen, welche, von der Lichtquelle aus betrachtet, hinter der Collimatorlinse, bez. vor dem Objectiv des Fernrohrs liegen. Die Drehungen dieser Nicols können mit Hülfe eines Nonius bis auf 1' bestimmt werden. Die Spiegel wurden an die Schliffflächen eines schmiedeeisernen Ringes von kreisförmigem Querschnitt angelegt, welcher als Elektromagnet diente. Die Fig. 1 deutet die Gestalt des Ringes an. *ss* sind die Schliffflächen, an denen die Spiegel angelegt wurden. Der Durchmesser des Ringes war 16 cm; die Dicke 3 cm; die Oeffnung zwischen *ss* 1,2 cm. Der Ring war mit sechs Lagen Windungen von 1,5 mm starkem Kupferdraht umwickelt. Jede Lage enthält 200–250 Windungen. Der Magnetisierungsstrom wurde von der städtischen Leitung geliefert. Die Intensität war constant 25–26 Amp. Der Strom wurde mittels eines Commutators umgekehrt, und die Ablesungen der Nicolstellungen stets für beide Stromrichtungen gemacht.

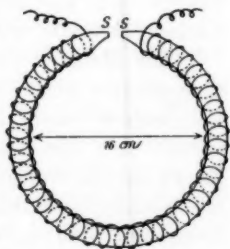


Fig. 1.

Als Lichtquelle diente das Zirkonplättchen eines Linne-mann'schen Brenners.

Die in meinen Versuchen benutzten Spiegel habe ich durch die Güte des Hrn. Prof. Voigt aus Göttingen bekommen. Die optischen Constanten, sowie die Werte der Haupteinfallswinkel und Hauptazimute wurden durch die Reflexionsmethode mittels eines vor den Analysator gesetzten Babinet-Soleil'schen Compensators¹⁾ in derselben Weise ermittelt, wie sie von Drude²⁾ beschrieben und angewendet worden ist. Nach jeder Versuchsreihe wurden die Werte der Constanten controlirt, da ja für meinen Zweck eine genaue Controle über den Zustand der Oberfläche des Spiegels von ganz besonderer Wichtigkeit war. Zwischen den Anfangs- und Endwerten habe ich nur sehr selten einen Unterschied von mehr als 8 bis 10 Trommelteilen der Compensatorschraube gefunden, was einer Aenderung von nur einigen Minuten des Haupteinfallswinkels entspricht. Dieses sehr constante Verhalten der Oberfläche des Spiegels habe ich dadurch erhalten, dass ich darauf achtete, dass der Elektromagnet und mit ihm der Spiegel sich nie stärker als etwa $60-70^\circ$ durch die Stromwärme der Spule erwärmte.

Zur Messung des magneto-optischen Effectes wurde der Compensator wieder abgenommen. Die Polarisationssebene des Polarisators wurde parallel oder senkrecht zur Einfallsebene gestellt und der Analysator auf grösste Dunkelheit gedreht. Es wurden je 10 Einstellungen für bestimmte Lage des Analysators und Polarisators gemacht, ausserdem aber auch sowohl Analysator als Polarisator um je 180° gedreht, sodass für bestimmte Lage der Polarisationssebenen des Analysators und Polarisators 4 mal 10 Einstellungen gemacht wurden. Es ist somit jede angegebene Zahl für die magnetische Drehung der Polarisationssebene des reflectirten Lichtes der Mittelwert aus 40 Ablesungen.

Bei der Dunkelstellung des Analysators trat im Gesichts-

1) Dieser besteht aus einer planparallelen Quarzplatte, deren optische Axe parallel zur Fläche und senkrecht zur Längsrichtung der Platte steht, und aus zwei keilförmigen Platten von untereinander gleicher Orientirung; bei diesen liegt die optische Axe parallel zur Keilkante. Diese zwei Platten sind gegenseitig mikrometrisch verschiebbar, und bilden eine planparallele Platte von variabler Dicke.

2) P. Drude, Wied. Ann. 39, p. 481. 1890.

felde deutlich ein sogenannter Landolt'scher Streifen¹⁾ auf. In welcher Weise derselbe bei der Beobachtung benutzt wurde, wird unten bei Besprechung der Beobachtungen an Nickel angegeben werden. — Zur genauen Einstellung waren die Teilkreise von Analysator und Polarisator mit einem gezahnten Rande versehen, in welchen je eine Schraube ohne Ende eingreifen konnte. Dadurch wurden Analysator und Polarisator mikrometrisch verstellbar; man konnte sie aber auch sofort grob verstellen, wenn die Schrauben ohne Ende durch eine Feder vom Teilkreisrande abgehoben wurden. Die Genauigkeit der Beobachtungsmittel betrug auf diese Weise etwa 0,1 Bogenminuten.

§ 3. Beobachtungen an Stahl.

Dimensionen des Stahlspiegels: Länge 1,95 cm, Breite 1,95 cm, Dicke 0,4 cm.

In dieser ersten Versuchsreihe habe ich die Beobachtungen von Kundt²⁾ wiederholt, um mich zu versichern, dass mein Apparat richtig functionirte. Meine Beobachtungen stimmen mit denjenigen von Kundt sehr gut überein.

Die Magnetisirung des Spiegels habe ich folgender Weise taxirt: Du Bois³⁾ hat Beobachtungen bei polarer Magnetisirung an Eisen⁴⁾, Nickel und Kobalt festgestellt, wo zugleich die Drehungen und die entsprechenden Magnetisirungen der Spiegel angegeben sind. Aus der Drude'schen Theorie sind die Drehungen bei polarer Magnetisirung bei allen Einfallswinkeln ebenfalls leicht zu rechnen. Führt man nun in diesen berechneten Werten der Drehungen für einen bestimmten Einfallswinkel (hier wurde es gemacht für $\varphi = 0^\circ$, weil die Du Bois'schen Beobachtungen sich auf diesen Einfallswinkel beziehen),

1) Betreffs seiner Erklärung vgl. Lippich, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **85**. p. 262. 1882; Physik von Müller-Pouillet (Optik von Lummer) **2**. I. p. 1115.

2) A. Kundt, Wied. Ann. **23**. p. 245. 1885.

3) H. Du Bois, Wied. Ann. **39**. p. 37. 1890.

4) Die Zahlen an Stahl sind mit denjenigen an Eisen identificirt. Betreffs der magneto-optischen Drehungen sind nämlich die Abweichungen nur sehr gering.

den Wert für die magneto-optische Constante ein, der sich aus meinen Beobachtungen ergibt ($b/\tau = 0,0283$), so sind die Zahlen direct mit den Du Bois'schen zu vergleichen. Hieraus würde sich ergeben für die Magnetisirung $J^1)$ des Spiegels etwa 1300 C.G.S., während die Magnetisirung des zur Sättigung magnetisirten Spiegels etwa 1400 C.G.S. beträgt.²⁾ Der Stahlspiegel wurde zunächst mit Alkohol gewaschen, dann mit Pariser Rot polirt. Für die Werte des Haupteinfallswinkels φ und des Hauptazimuts ψ habe ich gefunden:

$$\varphi = 76^\circ 8', \quad \psi = 28^\circ 56'.$$

Diese Werte, sowie alle anderen, welche später mitgeteilt werden, sind die Mittelwerte der an drei verschiedenen Einfallswinkeln ausgeführten Beobachtungen. Für denselben Stahlspiegel erhielt Drude³⁾ früher:

$$\varphi = 77^\circ 3', \quad \psi = 27^\circ 49'.$$

Folgende Tabelle enthält den Betrag der beobachteten und berechneten Drehungen der Polarisationsebene bei Reflexion. Der Rechnung ist dabei die Drude'sche Theorie in der ursprünglichen Fassung (mit *einer* magneto-optischen Constanten) zu Grunde gelegt.⁴⁾ Die Grösse dieser Constanten ist als Mittelwert aus sämtlichen Beobachtungen berechnet. Die Drehungen sind + gerechnet, falls sie im Sinne der Ampères'schen Molecularströme erfolgen, falls man diese auf die Wellenebene des reflectirten Lichtes projecirt denkt. φ bedeutet den Einfallswinkel, p_r bedeutet die (einfache) Drehung der Polarisationssebene des reflectirten Lichtes, falls die des einfallenden senk-

1) Die Magnetisirung J ist dabei folgender Weise defnirt: Die Dichte der im Spiegel im ganzen vorhandenen Kraftlinien ist gleich der Feldstärke vermehrt um $4\pi J$.

2) Vgl. A. Winkelmann, Handbuch der Physik (3) 2. p. 199. 1895.

3) P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 522. 1890.

4) Es sind nur die in der citirten Arbeit von Drude als Näherungsformeln bezeichneten benutzt worden. Es stellte sich nämlich heraus, dass der Unterschied gegenüber den strengeren Formeln sehr gering war und innerhalb der Beobachtungsfehler blieb. Für $2p_r$ bei $\varphi = 60^\circ$ würde man mit den Näherungsformeln finden $2p_r = 8,93'$, mit den strengeren dagegen $2p_r = 8,90'$.

recht zur Einfallsebene steht, p , falls sie parallel zur Einfallsebene ist. — Direct beobachtet wurden durch Umkehr des Magnetisierungsstromes die doppelten Drehungswinkel $2p_r$ und $2p_s$. Vergleichsweise stelle ich neben meine Beobachtungen diejenigen von Kundt¹⁾ und Righi²⁾, welche sich ebenfalls auf äquatoriale Magnetisirung des Stahles beziehen. Sie sind mit K bez. R bezeichnet.

φ	$2p_r$ beob.	$2p_r$ ber.	$2s_r$ beob.	$2s_r$ ber.
60°	+7,8'	+8,9'	-7,8'	-7,8'
65	+8,6	+8,3	-9,5	-7,2
70	+8,0	+7,0	-7,2	-7,2
75	+6,5	+3,6	-6,2	-6,9
80	-3,0	-1,3	-3,8	-5,0

φK	$2p_r K$	$2s_r K$	φR	$2p_r R$	$2s_r R$
61,3°	+7,5'	-8,0'	60°	+11,0'	-9,0'
65,0	+8,7	-9,4	65	+8,7	-8,0
70,0	+8,1	-7,1	70	+6,6	-8,0
75,0	+6,8	-6,0	75	+4,5	-7,0
80,3	+2,6	—	80	-1,0	-6,0
82,0	-2,3	-4,3	85	-3,0	-3,0

Wenn man mit φ' den kritischen Einfallswinkel bezeichnet, so ergibt sich, wenn Index M sich auf meine Beobachtungen bezieht:

$$\varphi'K = \text{etwa } 81^\circ, \quad \varphi'R = 78^\circ 54', \quad \varphi'M = 78^\circ 26', \quad \varphi' \text{ ber.} = 78^\circ 30'.$$

Den Rechnungen sind die von Drude angegebenen, an demselben Stahlspiegel früher ermittelten optischen Constanten zu Grunde gelegt. Würde man als optische Constante diejenigen Werte benutzen, welche sich aus den hier ermittelten φ und ψ ergeben (nämlich $n = 2,06$, $\kappa = 1,56$, wo n den Brechungsindex, κ den Absorptionscoefficient bedeutet), so würde man finden: $\varphi' = 78^\circ 13'$. Der Unterschied gegenüber der

1) A. Kundt, Wied. Ann. 23. 1. c.

2) A. Righi, Ann. de Chim. et de Phys. 10. p. 200. 1887.

anderen Berechnung ist also nicht wesentlich. Hinsichtlich des kritischen Einfallswinkels ist also die Uebereinstimmung zwischen Experiment und der zu Grunde gelegten Theorie eine gute. Es ist zu bemerken, dass sich φ' nach der Drude'schen Theorie aus den optischen Constanten allein berechnet, d. h. dass zur Berechnung von φ' kein Beobachtungsergebnis über einen magneto-optischen Effect benutzt worden ist. Der allgemeine Verlauf der beobachteten Curve für $2p_r$ weicht aber noch sichtlich ab von demjenigen der berechneten, wie ein Blick auf Fig. I der Taf. III zeigt.

Ich habe dann versucht, ob sich die Oberfläche des Spiegels noch besser reinigen liesse, um möglichst einen noch höheren Werth für φ zu erhalten, wie er vorhin angegeben ist. Der Spiegel wurde sorgfältig auf Schmirgelpapier Nr. 0, 00, 000, 0000 abgerieben, dann mit Wiener Kalk polirt, endlich mit ganz reinem frischen Putzleder geputzt. Ich erhielt für φ und $\bar{\psi}$ folgende Werte:

$$\varphi = 76^\circ 52', \quad \bar{\psi} = 28^\circ 12'.$$

Diese Werte unterscheiden sich nur noch sehr wenig von den Drude'schen (vgl. oben p. 548). In diesem Zustande ergaben sich die Drehungen in der Nähe des kritischen Einfallswinkel zu:

φ	$2 p_r$	$2 s_r$
75°	$+6,7'$	$-6,2'$
82	$-2,4$	$-3,6$

Hieraus würde ein Zeichenwechsel für p_r bei $\varphi' = 80^\circ 9'$ folgen. Dieser Wert stimmt mit dem vorhin berechneten, $\varphi' = 78^\circ 30'$, nicht mehr so gut überein. Führt man eine complexe magneto-optische Constante, $b/\tau + i b'/\tau$, anstatt der reellen magneto-optischen Constante b/τ der Drude'schen Theorie ein, und berechnet man das Verhältniss b/b' so, dass der kritische Einfallswinkel der Beobachtung entspricht, so würde man finden: $b/b' = -7,15$. Dabei sind die von Drude an diesem Stahlspiegel gefundenen optischen Constanten wieder der Rechnung zu Grunde gelegt. Mit Benutzung der von mir

an reinem Stahlspiegel erhaltenen Reflexionsconstanten würde man die Zahl finden: $b/b' = -6,4$. Es macht hier auch keinen merkbaren Unterschied, ob man die Näherungsformeln oder die strengeren der Drude'schen Theorie anwendet: mit ersteren ergibt sich $b/b' = -7,15$, mit letzteren $b/b' = -7,12$. Berechnet man nun aus den beiden bei 75° und 82° gemachten Beobachtungen für p_r die Drehungen p_r mit Hülfe dieser beiden magneto-optischen Constanten, mit dem Verhältniss $b/b' = 7,15$, so wird die Uebereinstimmung der beiden Curven eine viel bessere (vgl. Fig. II der Taf. III). In der Fig. II sind für Einfallswinkel, welche nicht nahe benachbart dem kritischen Einfallswinkel sind, die früheren Beobachtungen (Fig. I) eingetragen. Ich habe mich nämlich überzeugt, dass die Drehungen p_r bei Einfallswinkeln, die dem kritischen Einfallswinkel nicht benachbart waren, kaum merkbar von der Behandlung des Spiegels abhängen.

Der Spiegel wurde in der Weise nun verunreinigt, dass er mit einem Putzleder gerieben wurde, welches, da es vorher zwischen die Finger gepresst wurde, etwas fettig war.

Für φ und ψ ergab sich alsdann:

$$\varphi = 73^\circ 25', \quad \psi = 31^\circ 54'.$$

Ich fand für die Drehungen:

φ	$2 p_r$	$2 s_r$
65°	+ 8,6'	—
70	+ 5,2	- 6,2'
75	- 1,5	- 5,9

$\varphi' = 74^\circ$

Der Spiegel wurde alsdann frisch polirt; es ergab sich:

$$\varphi = 76^\circ 0', \quad \psi = 29^\circ 12'.$$

Die magneto-optischen Effecte waren nun folgende:

φ	$2 p_r$	$2 s_r$
75°	+ 5,1'	- 5,8'
80	- 3,0	- 3,3

$\varphi' = 78^\circ 9'$

In folgender Tabelle sind die Haupteinfallswinkel φ , welche von der Reinheit der Spiegeloberfläche abhängen, mit den in dem betreffenden Zustande des Spiegels beobachteten kritischen Einfallswinkel φ' zusammengestellt.

φ	φ'	φ	φ'
76° 52'	80° 9'	76° 0'	78° 9'
76 8	78 26	73 25	74 0

Wie man sieht, hängt der kritische Einfallswinkel deutlich in der Weise vom Haupteinfallswinkel ab, dass er mit abnehmendem Haupteinfallswinkel kleiner wird.

Da der Haupteinfallswinkel um so mehr abnimmt, je dicker die den Spiegel bedeckende, verunreinigende Oberflächenschicht¹⁾ ist, so wird also durch Verunreinigung der Spiegeloberfläche der kritische Einfallswinkel kleiner.

§ 4. Beobachtungen an Kobalt.

Dimensionen des Kobaltspiegels: Länge 2,5 cm; Breite 1,8 cm; Dicke 0,1 cm.

In ganz ähnlicher Weise wie an Stahl wurden die Versuche an Kobalt angestellt. Ähnlich auch wurde die Magnetisirung des Spiegels ermittelt. Sie ergab sich zu etwa 770 C.G.S., während die Sättigung erst bei 1200 C.G.S. erreicht ist.²⁾ — Da Kobalt bisher in äquatorialer Magnetisirung nur bei wenig Einfallswinkeln (von Drude) untersucht worden ist, habe ich zunächst die magneto-optische Drehung des Kobalts in möglichst reinem Oberflächenzustande für mehrere Einfallswinkel ermittelt. Nach einigem Poliren mit Wiener Kalk und Putzleder erhielt ich:

$$\varphi = 77^{\circ} 40', \quad \bar{\varphi} = 31^{\circ} 36'.$$

1) P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 488. 1890.

2) A. Winkelmann, l. c. Dass der Kobaltspiegel nicht so nahe der Sättigung magnetisirt war als der Eisenspiegel oder der Nickelspiegel (vgl. unten § 5), ist jedenfalls darauf zurückzuführen, dass der Co-Spiegel auf einem Messingplättchen befestigt war, und dass er nur mit Hilfe arabischem Gummi an den Schließflächen des Elektromagnetes fest gemacht werden konnte, während der Fe- und Ni-Spiegel unmittelbar an denselben durch die blosse Anziehungskraft haften.

Diese Werte weichen von den von Drude¹⁾ angegebenen nicht viel ab; letztere Werte sind:

$$\varphi = 78^{\circ} 5', \quad \bar{\psi} = 31^{\circ} 40'.$$

Folgende Tabelle enthält die beobachteten und die nach der Drude'schen Theorie mit *einer* magneto-optischen Constanten berechneten Drehungen:

φ	2 p_r beob.	2 p_r ber.	2 s_r beob.	2 s_r ber.
40°	+2,75'	+3,8'	-2,95'	-3,9'
50	+3,4	+4,3	-3,65	-4,6
60	+4,3	+4,3	-5,8	-5,1
65	+4,8	+3,9	-6,5	-5,2
70	+4,0	+2,8	-6,3	-5,0
75	+0,0	+1,1	-5,5	-4,3
78	-2,3	-0,4	—	—
80	-3,4	-1,5	-3,5	-3,8
85	-1,75	-2,0	-2,4	-2,3

beob.
 $\varphi' \quad 75^{\circ}$

ber.
 $77^{\circ} 4'$

Die Grösse der Constanten b/τ ist ähnlich wie bei Eisen der Mittelwert der Verhältnisse der berechneten Zahlen zu den beobachteten bei sämtlichen Beobachtungen. Die Uebereinstimmung zwischen Beobachtungen und Berechnungen ist eine gute, wohl aber noch nicht vollkommen genügende. Durch Einführung der complexen Constanten $b/\tau + i b'/\tau$ mit dem Verhältnis $b/b' = 6,66$ würden beob. und ber. φ' übereinstimmen; die Curve für p_r würde aber nicht viel besser als im ersten Falle sich der Beobachtung anschliessen (vgl. Fig. III der Taf. III). Die Grösse der Constanten b und b' ist auch als Mittel aus sämtlichen Beobachtungen für p_r erhalten. —

Der Kobaltspiegel wurde jetzt in der gleichen Weise, wie es oben beim Stahl beschrieben wurde, verunreinigt. Es ergab sich:

$$\varphi = 74^{\circ} 26', \quad \bar{\psi} = 33^{\circ} 40'$$

und für die Drehungen p_r und s_r im entsprechenden Zustande erhielt ich:

1) P. Drude, Wied. Ann. 42. p. 186. 1891.

φ	$2 p_r$	$2 s_r$
70°	$+2,2'$	$-5,8'$
78	$-3,3$	$-3,7$

$$\varphi' = 73^\circ 12'$$

Eine Oberflächenschicht wirkt also hier auch auf den kritischen Einfallswinkel, und zwar im selben Sinne wie für Stahl.

§ 5. Beobachtungen am Nickel.

Von den drei magnetisirbaren Metallen tritt bei Nickel der grösste Unterschied zwischen den Beobachtungen und der Drude'schen Theorie ein.¹⁾ Die Drehungen $2 p_r$, $2 s_r$ am Nickel sind sehr gering, und um den Beobachtungsfehler noch weiter zu verringern, bin ich in folgender Weise verfahren: Das kleine runde Loch, welches bei den bisherigen Beobachtungen am Ende der Collimatorröhre vor dem Zirkonplättchen des Linnemann'schen Brenners angebracht war, wurde durch einen gewöhnlichen Collimatorsplatt ersetzt. Dieser Spalt wurde

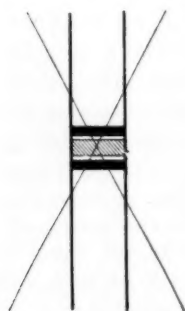


Fig. 2.

so gedreht, dass der bei Dunkelstellung des Analysators im Gesichtsfelde erscheinende dunkle Landolt'sche Streifen senkrecht zu den Spalträndern verlief. Bei geringer Drehung des Analysators oder des Polarisators verschiebt sich nun der Landolt'sche dunkle Streifen schnell im Gesichtsfelde (vgl. Fig. 2). Derselbe wurde immer in die Mitte zwischen das Bild zweier dünner Platindrähte angebracht, welche in der Mitte des Collimatorspaltes in einem Abstand von 3,5 mm senkrecht zu den Spalträndern befestigt waren. Der Landolt'sche Streifen war etwas schmaler als der Abstand dieser Platindrähte im optischen Bilde. Das Spectrometerfernrohr, an welchem der Analysator befestigt ist, wurde immer so justirt, dass das Fadenkreuz des Oculars durch die Mitte des von den beiden

1) Vgl. P. Zeemann, Arch. Neerl. 27. p. 252. 1893; Comm. from the Lab. of Leiden Nr. 10. 1894.

Platindrähten erscheinenden Bildes ging. Es wurden jetzt auch die magneto-optischen Drehungen p_e , s_e des Polarisators herausgezogen, d. h. der Analysator wurde in fester Lage gelassen und der Polarisator für beide Richtungen des Magnetisierungsstromes auf dunkel gestellt. Es ergab sich, was schon vielfach beobachtet worden ist, und was auch der Theorie entspricht:

$$p_r = -s_e, \quad s_r = -p_e,$$

worin p_e , s_e die Drehungen des Polarisators bezeichnen, falls das einfallende Licht senkrecht bez. parallel zur Einfallsebene polarisirt ist.

Die Dimensionen des Nickelspiegels waren: Länge 2,0 cm, Breite 1,9 cm, Dicke 0,2 cm. Die Magnetisierung, ähnlich wie für Stahl und Kobalt taxirt, betrug etwa 500 C.G.S. (Der Sättigung¹⁾ würde $J=525$ C.G.S. entsprechen.) — Nach einigem Poliren mit Wiener Kalk und Putzleder fand ich für Haupteinfallswinkel und Hauptazimut:

$$\varphi = 76^\circ 28', \quad \psi = 31^\circ 33',$$

während Drude angiebt:

$$\varphi = 76^\circ 1', \quad \psi = 31^\circ 44'.$$

Für die magneto-optischen Drehungen erhielt ich:

φ	$2 p_r$ beob.	$2 p_r$ ber. mit b/τ	$2 p_r$ ber. mit $b/\tau + i b'/\tau$	$2 s_r$ beob.	$2 s_r$ ber. mit b/τ
30°	+1,3'	+1,6'	+0,3'	-2,1'	-2,1'
40	+1,1	+1,9	+0,2	-2,7	-2,7
50	-0,38	+2,2	-0,18	-3,39	-3,2
60	-0,66	+2,2	-0,76	-3,50	-3,4
65	-2,1	+1,8	-1,8	-3,0	-3,4
70	-1,4	+1,1	-2,8	-2,0	-3,2
78	-1,1	-0,5	-3,9	-1,8	-2,6

Hierin sind $2 p_r$ beob. die Mittelwerte aus $2 p_r$ und $-2 s_e$, $2 s_r$ diejenige aus $2 s_r$ und $-2 p_e$. In den acht möglichen Lagen zwischen Polarisator und Analysator wurden je 8—10 Ablesungen gemacht. Es ist somit jede angegebene Zahl der Mittelwert aus 60—80 Beobachtungen. — Nach Ende dieser

1) A. Winkelmann, l. c.

Beobachtungsreihe wurden die optischen Constanten controlirt, und es ergab sich:

$$\varphi = 76^{\circ} 7', \quad \bar{\psi} = 31^{\circ} 42'.$$

Es hatte sich also die Oberfläche etwas geändert. Jedoch glaube ich nicht, dass diese Aenderung von grossem Einfluss auf den kritischen Einfallswinkel φ' , gewesen ist, da dieser gleich nach der ersten Ermittlung von φ und $\bar{\psi}$ gemessen worden ist, und da eine Controlirung an der Trommelteilung der Compensatorschraube gleich nach dieser Bestimmung keine Aenderung für die Werte von φ und $\bar{\psi}$ ergab.

Es mag hier gleich bemerkt werden, dass der von mir gefundene Wert von φ etwas grösser ist, als der von Drude ermittelte.¹⁾ Es sind demnach meine Werte der Constanten den Rechnungen zu Grunde gelegt: $n = 1,87$; $\kappa = 1,85$; $n\kappa = 3,47$.

Aus obiger Tabelle sieht man, dass p_r einen Zeichenwechsel bei etwa 48° Einfallswinkel erleidet. (Kundt²⁾ fand einen Zeichenwechsel zwischen 50 und 60° .) Der Theorie nach sollte bei Einführung nur einer magneto-optischen Constanten dies aber erst bei 74° stattfinden. Es stimmen Erfahrung und Berechnung mit *einer* Constanten gar nicht mehr überein (vgl. Taf. III, Fig. IV). Die Berechnung ist in der Weise geführt, dass die Grösse der magneto-optischen Constanten b/τ aus sämtlichen Beobachtungen von s_r erhalten ist. Probirt man nun, wie im Falle des Stahls oder des Kobalts, die Uebereinstimmung zu verbessern durch die Einführung einer complexen magneto-optischen Constanten (d. h. durch Einführung von zwei Constanten), so findet man aus $\varphi' = 48^{\circ}$ das Verhältniss dieser beiden Constanten: $b:b' = 1:1,015$. Die Grösse von b ist aus allen Beobachtungen von p_r erhalten. Die so berechneten Werte der Drehungen sind in der 4. Columne der Tabelle enthalten. Wie man sieht, ist in diesem Falle die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung noch keine vollkommen genügende (vgl. Taf. III, Fig. IV).

1) Dieser Nickelspiegel ist, seitdem er von Hrn. Drude zur Ermittlung der optischen Constanten des Nickels benutzt wurde, in München bei Reinfelder & Hertel (optische Anstalt) eben geschliffen und polirt worden.

2) A. Kundt, Wied. Ann. 23. l. c.

Es wurde nun untersucht, ob auch für Nickel der kritische Einfallswinkel φ' mit abnehmendem φ (d. h. mit Verunreinigung des Spiegels) herabsinkt. In der That trat dies ein, wie folgende Tabelle lehrt; in diesem Zustande waren die Werte des Haupteinfallswinkels und Hauptazimut folgende:

$$\varphi = 74^{\circ} 4', \quad \bar{\psi} = 33^{\circ} 23'.$$

Die beobachteten magnetischen Drehungen ergaben sich zu:

φ	$2 p_r$	$2 s_r$
$29^{\circ} 54'$	$+ 1,25'$	$- 1,7'$
40°	$- 0,6$	$- 2,1$
50	$- 0,9$	$- 2,55$
60	$- 1,3$	$- 3,33$

$\varphi' = 37^{\circ}$

Im allgemeinen verhält sich also Nickel ganz ähnlich wie Stahl und Kobalt. Obwohl nun anzunehmen ist, dass auch im zuerst beobachteten Zustande des Spiegels der kritische Einfallswinkel φ' wegen mangelnder Reinheit der Oberfläche noch etwas grösser als 48° gewesen sein wird, so kann man doch keinesfalls diese Verkleinerung von φ' durch Verunreinigung als so stark annehmen, dass dadurch sich φ' bei reinem Spiegel zu 74° ergeben sollte, wie es die Theorie mit einer Constanten erfordert. *Das magneto-optische Verhalten des Nickels lässt sich also jedenfalls nicht mit Hülfe einer magneto-optischen Constanten darstellen. Aber auch die Einführung zweier magneto-optischen Constanten stellt die Beobachtung noch nicht genügend dar, wie ein Blick auf die Taf. III, Fig. IV, lehrt.* Die Abweichung zwischen Rechnung und Beobachtung besteht im wesentlichen darin, dass für Einfallswinkel, die grösser als der kritische sind, p_r grösser berechnet wird als es beobachtet ist. In gleichem Sinne besteht die Abweichung beim Kobalt. *Es soll sich im Folgenden darum handeln, ob man diese Abweichungen eventuell als eine Folge von magnetischen Oberflächenschichten ansehen kann.* Wenn nämlich ein Spiegel nicht bis zur Sättigung magnetisirt ist, so lässt sich erwarten, dass derselbe unmittelbar unter seiner Oberfläche etwas stärker magnetisirt sein könnte, da dort die entmagnetisirende Wirkung der benachbarten magnetisirten Theilchen halbseitig fehlt. Andererseits kann die Magnetisirung nach

der Oberfläche zu schwächer sein, falls die magnetische Leitfähigkeit nach der Oberfläche zu abnimmt. Welcher Einfluss der entscheidendere ist, wird die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen ergeben.

§ 6. Theorie des Kerr'schen Phänomens unter Rücksicht auf Oberflächenschichten.

Es lauten die Differentialgleichungen des Drude'schen Erklärungssystems für magneto-optische Erscheinungen folgendermaassen ¹⁾:

$$(1) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial^2}{\partial y \partial t} (b_2 X - b_1 Y) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (b_1 Z - b_3 X).$$

$$(2) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (b_3 Y - b_2 Z) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (b_2 X - b_1 Y).$$

$$(3) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (b_1 Z - b_3 X) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial t} (b_3 Y - b_2 Z).$$

$$(4) \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x}.$$

$$(5) \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \frac{\partial \gamma}{\partial z}.$$

$$(6) \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y}.$$

Hierin bedeuten X, Y, Z ; α, β, γ die Componenten der elektrischen bez. magnetischen Kraft. c ist gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Aether; b ist die magneto-optische Constante, welche (vgl. oben) im allgemeinen als complexe Grösse anzunehmen ist, und es gilt die Beziehung:

$$b_1 = b \cos(A, x), \quad b_2 = b \cos(A, y), \quad b_3 = b \cos(A, z),$$

wenn A die magnetische Axe bedeutet. ε ist eine die optischen Eigenschaften des Metalles charakterisirende complexe Grösse, und zwar ist $\varepsilon = n^2(1 - i\kappa)^2$, falls n den Brechungsindex, κ den Absorptionsindex bedeutet. Die z -Axe soll positiv in das Innere des Metalles gehen; die x - z -Ebene sei die Einfallsebene, die x - y -Ebene die Grenze zwischen Luft und Metall. — Wir wenden uns zum Falle der äquatorialen Magnetisirung;

1) P. Drude, Wied. Ann. 46. p. 377. 1892. Dass alle richtigen Theorien darauf zu reduciren sind, ist oben p. 544 gesagt worden.

die Kraftlinien gehen parallel zur spiegelnden Fläche, d. h. für die specielle Wahl des Coordinatensystems parallel zur x -Axe. Es ist also:

$$b_2 = b_3 = 0, \quad b_1 = b.$$

Berücksichtigt man, dass wegen der Wahl der Einfallsebene von y nichts abhängig ist, so kann man obige Gleichungen in folgender Weise schreiben:

$$(1') \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(Y + b \frac{\partial Z}{\partial t} \right),$$

$$(2') \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(Z - b \frac{\partial Y}{\partial t} \right) - \frac{\partial X}{\partial x},$$

$$(3') \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(Y + b \frac{\partial Z}{\partial t} \right),$$

$$(4') \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial X}{\partial t} = - \frac{\partial \beta}{\partial x},$$

$$(5') \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \frac{\partial \gamma}{\partial x},$$

$$(6') \quad \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial \beta}{\partial x}.$$

Es lauten nun nach Drude die Grenzbedingungen für den Fall der äquatorialen Magnetisirung, falls keine Oberflächenschichten vorhanden sind:

$$(7) \quad Y + b \frac{\partial Z}{\partial t}; \quad X, \alpha, \beta$$

sind stetig beim Uebergang über die Grenze von der Luft zum Metall. Daher, wie sich aus (6') und (3') ergibt, sind auch εZ und γ stetig.

Wenn eine Oberflächenschicht vorhanden ist, sind diese Grenzbedingungen zu modificiren. Hr. Prof. Drude hat mir folgenden Weg gezeigt (vgl. Fig. 3): Wir wollen annehmen, dass vom negativen z bis zu $z=0$ homogene Luft mit der Dielektricitätsconstante ε_1 vorhanden sei,

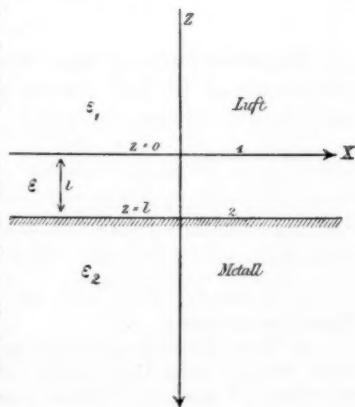


Fig. 3.

dass dagegen von $z=0$ bis $z=l$ eine Uebergangsschicht vorhanden sei, in welcher die Dielektricitätsconstante ϵ vom Werte ϵ_1 der Luft bis zum Werte ϵ_2 des Metalles variire, und die magneto-optische Constante b von Null bis zum Werte b' im Metall. Von $z=l$ an soll das Metall homogen sein, d. h. dort sollen die Constanten ϵ_2 und b' bestehen. Die Grenzen der Uebergangsschicht wollen wir kurz als 1 und 2 bezeichnen.

Unsere Differentialgleichungen (1') bis (6') gelten auch in der inhomogenen Uebergangsschicht.¹⁾ Durch Integration der Gleichung (1') über die Grenzsicht gewinnt man daher:

$$(8) \quad \frac{1}{c} \int_1 \frac{\partial \alpha}{\partial t} dz = Y_2 + b' \frac{\partial Z_2}{\partial t} - Y_1,$$

wenn wir mit Y_2 , Z_2 den Wert der im Metall bestehenden elektrischen Kraftcomponenten an der Grenze 2, d. h. für $z=l$, bezeichnen, dagegen mit Y_1 den Wert der elektrischen Kraftcomponente in Luft an der Grenze 1, d. h. für $z=0$. Da nun α ohne Vorhandensein der Uebergangsschicht stetig ist, so wird es näherungsweise auch stetig sein, falls diese Uebergangsschicht genügend dünn²⁾ ist. Treiben wir daher die ganze Entwicklung nur bis auf erster Ordnung in l , so kann man für (8) schreiben:

$$(9) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \int_1^2 dz = Y_2 + b' \frac{\partial Z_2}{\partial t} - Y_1.$$

Es bezeichnet α_1 den Wert der magnetischen Kraftcomponente in der Luft, für $z=0$. In ähnlicher Weise ergeben sich die drei anderen Grenzbedingungen.³⁾

Setzt man:

$$(10) \quad \int_1^2 dz = l, \quad \int_1^2 \epsilon dz = p, \quad \int_1^2 \frac{1}{\epsilon} dz = q, \quad \int_1^2 \frac{b}{\epsilon} dz = r,$$

1) P. Drude, Wied. Ann. 46. p. 379. 1892; auch P. Drude, Physik des Aethers p. 587.

2) Unter „Oberflächenschicht“ denken wir uns im allgemeinen eine solche Schicht, deren Dicke gegen die Wellenlänge λ des Lichtes klein ist, sodass das Quadrat der Dicke gegen λ^2 zu vernachlässigen ist.

3) Betreffs der ausführlichen Herleitung vgl. die Dissertation.

so ergibt sich als Grenzbedingungen:

$$(11) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} l = Y_2 + i \frac{b'}{\tau} Z_2 - Y_1,$$

$$(12) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \beta_1}{\partial t} l = \frac{\partial (e Z_1)}{\partial x} q - i \frac{\partial Y_1}{\partial x} r - X_2 + X_1,$$

$$(13) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial X_1}{\partial t} p = -\beta_2 + \beta_1,$$

$$(14) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial Y_1}{\partial t} p = \frac{i}{c} \frac{\partial (e Z_1)}{\partial t} r - \frac{\partial \gamma_1}{\partial x} l + \alpha_2 - \alpha_1.$$

Diese vier Gleichungen liefern uns ein System von neuen Grenzbedingungen für magneto-optische Erscheinungen bei äquatorialer Magnetisierung, mit Berücksichtigung von Oberflächenschichten.

Beschreibt man die Rechnung auf den Fall, dass das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, so ist $E_p = 0$ zu setzen. Dann ergibt sich¹⁾ aus diesen Grenzbedingungen für das Amplitudenverhältnis im reflectirten Licht:

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{R_p}{R_s} \right)_{E_p=0} &= -i \frac{b'}{\tau} \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{n(1-i\kappa)(A+Bi)} \\ &+ 4\pi \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{A+Bi} \int_1^2 \frac{b-b'}{\tau} \frac{dz}{\lambda}. \end{aligned} \right.$$

Hier sind A und B Abkürzungen für:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= n \cos \varphi - \sin^2 \varphi, \\ B &= n \kappa \cos \varphi. \end{aligned} \right.$$

b'/τ ist gleich der complexen magneto-optischen Constanten im Metall. Wir wollen daher setzen:

$$(17) \quad \frac{b'}{\tau} = \sigma_1 + i\sigma_2.$$

b/τ ist gleich der complexen magneto-optischen Constanten in der Oberflächenschicht und es kann b/τ grösser oder kleiner sein als b'/τ , je nachdem die Magnetisierung der Schicht stärker oder schwächer ist, als diejenige des unter ihr liegenden homogenen reinen Metalles. Wir wollen setzen:

$$(18) \quad \int_1^2 \frac{b-b'}{\tau} dz = \varrho (\sigma_1 + i\sigma_2) \frac{l}{\lambda},$$

1) Betreffs der ausführlichen Herleitung vgl. die Dissertation.

worin l die Dicke der magnetischen Oberflächenschicht bedeutet, und ϱ eine reelle¹⁾ positive oder negative Zahl ist. Daher wird (38):

$$(19) \left(\frac{R_p}{R_s} \right)_{E_p=0} = \frac{\sigma_1 + i\sigma_2}{A + Bi} \sin \varphi \cos \varphi \left\{ \frac{-i}{n(1-i\kappa)} + 4\pi\varrho \frac{l}{\lambda} \right\}.$$

Die Minimumdrehung p_r ist der reelle Theil der hier stehenden complexen Gleichung, daher wird:

$$(20) \left\{ p_r = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{n^2(1+\kappa^2)(A^2+B^2)} \Re \left\{ (A-Bi)(\sigma_1 + i\sigma_2)(n\kappa - in + 4\pi\varrho \frac{l}{\lambda} n^2(1+\kappa^2)) \right\} \right\},$$

wobei \Re bedeutet, dass der reelle Teil der nachfolgenden in {} eingeschlossenen complexen Grösse zu nehmen ist. Setzt man zur Abkürzung:

$$(21) \quad 4\pi\varrho \frac{l}{\lambda} n^2(1+\kappa^2) = \psi,$$

So wird (20) zu:

$$(22) p_r = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{n^2(1+\kappa^2)(A^2+B^2)} \left\{ (A\sigma_1 + B\sigma_2)(n\kappa + \psi) + (A\sigma_2 - B\sigma_1)n \right\},$$

was man in der Weise schreiben kann:

$$(23) \quad p_r = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{n^2(1+\kappa^2)(A^2+B^2)} (\sigma_1 C + \sigma_2 D).$$

Hierin bedeutet:

$$C = n\kappa(2n\cos\varphi - \sin^2\varphi) + \psi A$$

$$D = n^2(1-\kappa^2)\cos\varphi - n\sin^2\varphi + \psi B.$$

Durch Formel (23) wird die Minimumdrehung p_r mit Rücksicht auf den Einfluss, welchen eine (eventuell vorhandene) magnetische Oberflächenschicht ausüben könnte, gegeben, und zwar bei möglichst reinem Zustande des Spiegels. Es bleibt nun übrig, diese Formel mit den Beobachtungen, welche bei den grössten Haupteinfallswinkeln ausgeführt wurden, zu ver-

1) Im allgemeinen, nämlich wenn die optische Constante ε der Oberflächenschicht von dem Wert ε_2 im Metall abweicht, wäre ϱ eine complexe Zahl. Da wir aber hier $\varepsilon = \varepsilon_2$ gesetzt haben, so ist die verschiedene Magnetisirbarkeit, wie die molecular theoretische Vorstellung ergibt, nur durch verschiedene Intensität der Molecularströme zu erklären. In diesem Fall ist dann ϱ reell.

gleichen. Die Rechnung wurde dabei folgendermaassen durchgeführt: aus $p_r = 0$, d. h. beim (beobachteten) kritischen Einfallswinkel φ' , wurde ein Näherungswert $\sigma_1:\sigma_2$ erhalten, indem man in erster Annäherung $\psi = 0$ setzte. Dann wurden unter Benutzung der Formel (23) untersucht, durch welche Wert von ψ der beste Anschluss an die Beobachtungen gewonnen werden könnte. Mit Rücksicht auf den so gefundenen Zahlwert ψ wurde dann in zweiter Näherung das Verhältniss $\sigma_1:\sigma_2$ aus den in der Nähe des kritischen Einfallswinkels beobachteten p_r erhalten, und schliesslich die Drehungen p_r für alle Einfallswinkel mit Benutzung dieses Verhältnisses $\sigma_1:\sigma_2$ in der Weise berechnet, dass für die Grösse des σ_1 der passendste Mittelwert ausgesucht wurde.

Für *Nickel* ergab sich in erster Annäherung: $\sigma_1:\sigma_2 = 1:1,015$; $\psi = -1,3$; dann in zweiter Annäherung: $\sigma_1:\sigma_2 = 1:1,50$. Folgende Tabelle enthält die berechneten Werte von p_r , ohne und mit Hülfe der mit ψ behafteten Glieder der Formel (23).

φ	$2 p_r$ beob.	$2 p_r$ ber. ohne ψ	$2 p_r$ ber. mit ψ
30°	+ 1,3'	+ 0,35'	+ 0,5'
40	+ 1,1	+ 0,2	+ 0,3
50	- 0,38	- 0,15	- 0,03
60	- 0,66	- 0,8	- 0,6
65	- 2,1	- 1,8	- 1,45
70	- 1,4	- 2,8	- 2,2
78	- 1,1	- 3,9	- 2,9

Die Uebereinstimmung, obwohl noch keine vollkommen genügende (vgl. Taf. III, Fig. IV, Curve *D*) ist doch besser als für Curve *B* oder *C*. Man kann also wohl sagen, dass eine magnetische Oberflächenschicht in dem Sinne wirkt, dass sie die Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung vermindert. Die noch vorhandene Differenz zwischen Theorie und Beobachtung liegt vielleicht an unserer vereinfachenden Annahme, dass die optische Constante ϵ der Schicht gleich der Constante ϵ_2 des Metalles angenommen wurde. — Bemerkenswert ist es, dass sich ψ als negativ ergibt. Es entspricht dies einem negativen ϱ [vgl. Formel (18)], d. h. es ist für Nickel $b < b'$, d. h. die Oberfläche ist nicht so stark magnetisch als das Innere des Metalles; die magnetische Susceptibilität der

Oberflächenschicht ist also geringer als diejenige des Metalles. — Zu bemerken ist es ferner, dass schon durch sehr geringe Dicken der Oberflächenschicht die Abweichungen der Beobachtungen von der Theorie, welche Oberflächenschichten nicht berücksichtigt, erklärt werden. Denn aus (21) folgt für den Zahlenwert $\psi = -1,3$ hier $\varrho(l/\lambda) = 1/150$. Wenn man z. B. die Annahme macht, dass nur um $1/10$ die Magnetisierung der Oberflächenschicht kleiner ist, als die des Inneren, so würde schon die Dicke $l = 1/15 \lambda$ der Oberflächenschicht jene Abweichungen, welche bei Nickel sogar noch besonders stark sind, erklären.

Für *Kobalt* wurde die Rechnung analog wie für Nickel durchgeführt, und es ergab sich: $\sigma_1 : \sigma_2 = 1,66$; $\psi = -0,5$; $\sigma_1 : \sigma_2 = 1,60$. Folgende Tabelle enthält die Resultate der Berechnung:

φ	2 p, beob.	2 p, ber. ohne ψ	2 p, ber. mit ψ
40°	+ 2,7'	+ 4,5'	+ 4,1
50	+ 3,4	+ 4,9	+ 4,5
60	+ 4,3	+ 4,4	+ 4,4
65	+ 4,8	+ 3,7	+ 3,9
70	+ 4,0	+ 2,3	+ 2,7
75	+ 0	+ 0	+ 0,3
78	- 2,3	- 1,9	- 1,5
80	- 3,4	- 3,0	- 2,4
85	- 1,75	- 3,2	- 2,6

Auch in diesem Falle (vgl. Fig. III, Curve D) ist die Uebereinstimmung etwas verbessert, wohl aber noch keine vollkommen befriedigende (vgl. oben beim Nickel). Für *Kobalt* ergibt sich aus dem negativen Werte von ψ , dass, wie für Nickel, die Oberfläche des Spiegels etwas schwächer magnetisch gewesen ist als das Innere. Mit derselben Annahme, die wir oben für Nickel gemacht haben, dass b gleich $9/10 b'$ sein sollte, ergibt sich hier nach (21), aus $\psi = -0,5$, $\varrho(l/\lambda) = 1/500$. Eine Dicke der Oberflächenschicht gleich $1/50 \lambda$ würde hier sogar genügen, um die Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung zu erklären.

Für *Stahl* ist die Einführung der mit ψ behafteten Glieder nicht notwendig; es ergibt sich ψ als sehr klein.

Schluss.

Aus den angestellten Beobachtungen und theoretischen Bemerkungen gehen folgende Thatsachen hervor:

1. *Der kritische Einfallswinkel wird durch Verunreinigung des Spiegels bei Stahl, Nickel und Kobalt kleiner.* Dabei ist als „kritischer“ Einfallswinkel derjenige bezeichnet, bei welchem die magneto-optische Drehung des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes, welches an einem äquatorial magnetisirten Spiegel reflectirt wird, sein Vorzeichen wechselt.

2. *Man kann die magneto-optischen Erscheinungen bei Nickel und Kobalt auch an möglichst reinen Spiegeln nicht mit Hilfe einer magneto-optischen Constanten darstellen.*

3. *Auch die Benutzung von zwei magneto-optischen Constanten lässt noch bestimmte Differenzen zwischen Theorie und Beobachtung bestehen.*

4. *Diese Differenzen werden jedenfalls teilweise erklärt, und sind annähernd quantitativ zu berechnen, wenn man die Annahme in die Theorie einführt, dass der Spiegel nicht völlig homogen magnetisirt ist.*

5. *Der Vergleich der Beobachtung mit der so erweiterten Theorie ergibt, dass die äquatoriale Magnetisirung für Nickel und Kobalt an ihrer Oberfläche etwas geringer ist als in ihrem Innern; die Dicke von dieser Oberflächenschicht braucht nur beim Nickel von der Grössenordnung $\frac{1}{15}$ der Wellenlänge des Lichtes in Luft zu sein, beim Kobalt nur von der Grössenordnung $\frac{1}{50}$ der Wellenlänge.*

Für die Anregung und Hülfe zu dieser Arbeit bin ich Hrn. Prof. Dr. Drude zu Dank verpflichtet. Auch möchte ich an dieser Stelle dem ehemaligen Director des physikalischen Instituts, Hrn. Geheimrath Prof. Dr. G. Wiedemann †, für sein Interesse und die Gewährung von Hilfsmitteln bestens danken.

(Eingegangen 10. December 1899.)

11. Zur Elektronentheorie der Metalle; von P. Drude.

I. Teil.

Dass die Elektrizitätsleitung der Metalle ihrem Wesen nach nicht allzu verschieden von der der Elektrolyte sei, insofern der elektrische Strom durch den Transport kleiner elektrischer Teilchen bewirkt wird, ist eine Anschauung, welche von W. Weber zuerst ausgesprochen und später von Giese¹⁾ weiter durchgeführt ist. Ich will diese elektrischen Teilchen im Anschluss an neuere Bezeichnungen *Elektronen*, oder (um einen bequemerem Ausdruck zu haben) *elektrische Kerne*, oder auch kurz *Kerne* nennen. Den Ausdruck Corpuskeln oder Ionen möchte ich vermeiden, da mit beiden Ausdrücken die Anschauung verbunden ist, dass die elektrischen Teilchen auch eine gewisse, wenn auch sehr kleine ponderable Masse mit sich führen. Ich glaube, es ist zweckmässiger, wenn der Ausdruck „Ionen“ für die Aggregate elektrischer Kerne und ponderabler Masse reservirt bleibt, welche wir in den Elektrolyten antreffen.

Ob ein Elektron eine sehr kleine ponderable Masse mit sich führt, oder nicht, lassen wir vorläufig unentschieden. Ich will nur gleich hier bemerken, dass es durchaus nicht nötig ist, einem Elektron ponderable Masse beizulegen, um ihm trotzdem eine gewisse kinetische Energie seiner Bewegung zuzuschreiben und eine Trägheit für Bewegungsänderungen, wie sie z. B. aus den Ablenkungen der Kathodenstrahlen im Magnetfeld und aus den optischen Eigenschaften der Metalle hervorgeht. Da jedes bewegte Elektron einen elektrischen Strom repräsentirt, welcher eine gewisse Anzahl magnetischer Kraftlinien im umgebenden Aether erzeugt, so müssen bei Antrieben, welche Richtung und Grösse der Geschwindigkeit des Elektrons zu ändern suchen, entgegenstehende Kräfte einsetzen, welche durch die Veränderung der vom bewegten Elektron hervor-

1) W. Giese, Wied. Ann. 37. p. 576. 1889.

gerufenen Zahl magnetischer Kraftlinien, wir wollen kurz sagen durch die *Selbstinduction des Elektrons*, hervorgebracht werden. Da die Selbstinduction eines Stromes bestimmter Stärke um so grösser ist, auf je kleinerem Querschnitt er sich concentrirt, so muss die *elektrisch interpretirte scheinbare Masse eines Elektrons von seiner Ladung und seiner räumlichen Ausdehnung abhängen*. In welcher Weise die scheinbare Masse eines Elektrons annähernd zu berechnen ist, wird weiter unten behandelt werden.

Durch diese Anschauung erlangt man folgende Vorteile vor der üblichen Auffassung, dass das Elektron eine wirkliche ponderable Masse besässe: Die metallische Leitung ist bekanntlich dadurch von der elektrolytischen verschieden, dass nur bei letzterer ein wägbarer Massentransport im elektrisch durchströmten Körper eintritt, während bei einem Metall nicht nur ein beobachtbarer Massentransport fehlt, sondern überhaupt, abgesehen von der Joule'schen und Thomson'schen Wärmetönung, das Metall durch den elektrischen Strom in keiner Weise verändert wird. Um diesen Gegensatz zwischen Metallen und Elektrolyten zu erklären, nimmt Giese an, dass im Metall das leitende Elektron nach Durcheilen einer kurzen Strecke seine elektrische Ladung an ein anstossendes Massenteilchen abgibt. Dieser Vorgang der Ladungsabgabe ist nun aber anschaulich nicht verständlich und führt zu Complicationen, die man theoretisch ohne Hinzuziehung neuer Hypothesen nicht verfolgen kann. Jedenfalls ist es besser, wenn man diese Vorstellung von einer Ladungsabgabe möglichst vermeidet.

Man könnte das nun dadurch thun, dass man die Elektronen in allen Metallen zwar von zweierlei Art (positiv und negativ geladen) annimmt, im übrigen aber als in allen Metallen identisch, sowohl hinsichtlich ihrer Ladung als auch der ponderablen Masse. In der That würden dann, auch wenn die Wanderungsgeschwindigkeiten der positiven und negativen Elektronen verschieden sind, irgend welche Massenverschiebungen, wie sie in Elektrolyten eintreten (Concentrationsänderungen an den Elektroden), in einem von Metallen gebildeten Stromkreise nicht eintreten. Diese Anschauung würde aber erfordern, dass das Verhältnis von Ladung zu Masse der positiven und der negativen Elektronen zwei universelle Constanten seien, was mit den optischen Eigenschaften der Metalle nicht verträglich zu sein

scheint, wenn man noch ihre galvano- und thermomagnetischen Eigenschaften mit in den Kreis der Betrachtung zieht. — Diese Schwierigkeiten werden mit einem Schlage vermieden, sowie die Elektronen als masselos angenommen werden.

Ich habe kürzlich¹⁾ die optischen Eigenschaften der Metalle vom Standpunkt der Elektronentheorie betrachtet. Wie ich dort angab, muss man zur Darstellung der optischen Eigenschaften von Gold und Kupfer notwendig auch gebundene Elektronen annehmen, d. h. solche, welche gewisse Gleichgewichtslagen im Körper haben, d. h. an seine materiellen Atome oder Moleküle gebunden sind. Gerade der weitere Ausbau dieser Theorie für die optischen Eigenschaften der Metalle hat mich dazu geführt, auch die Vorgänge der Stromleitung, Wärmeleitung, des Thomson-effectes, der Berührungs- und Thermoelektricität und der galvano- und thermomagnetischen Eigenschaften vom Standpunkte der Elektronentheorie einer erneuten Revision zu unterziehen, weil man dadurch Anhaltspunkte dafür gewinnen kann, wieviel von den im Metall vorhandenen Elektronen frei bewegliche und wieviel gebundene vorhanden sind. Letztere spielen nur bei den optischen Erscheinungen eine Rolle. Erst durch Schaffung einer solchen Grundlage wird die für die Darstellung der optischen Eigenschaften der Metalle zunächst verfügbare Anzahl von Constanten derartig beschränkt, dass man aus den optischen Eigenschaften der Metalle Schlüsse ziehen kann auf Eigenschaften ihrer gebundenen Elektronen, und dadurch hoffen kann, zu einer Theorie durchzudringen, welche alle die genannten Erscheinungen nicht nur gemeinsam umspannt, sondern auch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Schlüsse über Eigenschaften der Metalle in Gebieten erlaubt, welche bisher der directen Beobachtung unzugänglich waren.

In neuerer Zeit hat Riecke²⁾ eine Elektronentheorie der Metalle gegeben, welche ebenfalls die genannten Gebiete, mit Ausnahme der optischen Eigenschaften der Metalle, behandelt. Mit dieser Arbeit hat die meinige viel Berührungspunkte und manche Verschiedenheiten.³⁾ Von den letzteren möchte ich

1) P. Drude, Physikal. Zeitschr. 1. p. 161. 1900.

2) E. Riecke, Wied. Ann. 66. p. 353 u. p. 545. 1898.

3) Um den hier gebotenen Raum nicht zu überschreiten, muss ich es mir leider versagen, hierauf im Einzelnen einzugehen.

gleich hier hervorheben, dass nach meiner Theorie gewisse zahlenmässige Beziehungen, besonders über das Verhältniss der Wärmeleitfähigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit, über die Grössenordnung des bei einem Metall zu erwartenden Thomsoneffectes, der Contactpotentialdifferenz und thermoelektrischen Kraft etc. zu ziehen erlaubt ohne Anwendung besonderer Hypothesen, als derjenigen, die sich auf anderen Gebieten schon bewährt haben, nämlich der Gasgesetze, der Loschmidt'schen Zahl für die Anzahl der Molecüle im cm^3 eines Gases, welches bei 0°C. den Druck einer Atmosphäre ausübt, und die Annahme für die Grösse der Ladung eines Elektrons, welche von mehreren Seiten, besonders durch die Arbeiten J. J. Thomson's, der Grössenordnung nach übereinstimmend festgelegt ist.

Ob die hier dargelegte Theorie in allen Punkten mit der Erfahrung nicht in Widerspruch kommen wird, vermag ich bei der Grösse des zu behandelnden Gebietes nicht zu sagen. Da sich aber schon manche bestätigende und, soviel ich sehe, keine widersprechende Resultate ergeben haben, so möchte ich mit der Veröffentlichung nicht mehr zurückhalten. Ich werde dazu ermutigt, weil gewiss Jeder das Erscheinen der citirten Riecke'schen Arbeit, welche viel Anregung giebt, mit Freude begrüsst hat, obwohl der Autor selbst seine Theorie in mehrfacher Beziehung für unvollkommen hält und wünscht (l. c. p. 356), „dass andere Forscher sich um eine bessere und weitere Führung des eingeschlagenen Weges bemühen möchten“. — Diese Worte möchte auch ich als Motto für meine Arbeit gelten lassen, besonders können die Zahlenfactoren noch genauer berechnet werden, da ich nicht mit dem Maxwell'schen Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten gerechnet habe. Mir liegt hier zunächst an einem möglichst durchsichtigen Ueberblick.

Dem hier abgedruckten I. Teil wird ein II. Teil folgen, welcher die galvano- und thermomagnetischen Eigenschaften der Metalle, und ein III. Teil, welcher ihre optischen Eigenschaften behandelt.

1. Grundannahmen.

Es sollen zunächst beliebig viel Gattungen von frei beweglichen Kernen (Elektronen) angenommen werden, welche

verschiedene Ladungen $e_1, e_2, e_3 \dots$ (elektrostatisch gemessen) haben können. Die Ladungen können nicht nur ihrem Vorzeichen nach verschieden sein, sondern auch ihrem absoluten Werte nach. Im letzteren Falle wollen wir aber annehmen, um die bewährte Vorstellung des elektrischen Elementarquantums nicht über Bord zu werfen, dass die e_n ganzzahlige Multipla des Elementarquantums e sein sollen. Es ist wenigstens zunächst denkbar, dass solche Polymerisationen (Zusammenballen) des Elementarquantums e vorkommen könnten. Ist z. B. $e_2 = 2e$, so soll die Gattung 2 bezeichnet werden als *positive Doppelkerne*, ist $e_2 = -2e$, als *negative Doppelkerne*. Die Anzahl der in der Volumeneinheit (cm^3) bei der absoluten Temperatur T vorhandenen Kerne sei $\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, \mathfrak{N}_3 \dots$.

Für diese frei beweglichen Kerne acceptiren wir die Vorstellungen der kinetischen Gastheorie. Dass ein positiver und ein negativer Kern trotz ihrer in einem gewissen Augenblick vielleicht sehr starken gegenseitigen Anziehung nicht einfach zu einem neutralen Aetherpunkt zusammensinken, sondern frei, d. h. unabhängig voneinander, beweglich bleiben, erklärt sich, sobald ihre kinetische Energie einen gewissen Betrag übersteigt (vgl. nicht zum Sonnensystem wiederkehrende Kometen). — Die ponderablen Atome des Körpers können auch kinetische Energie besitzen, sie sollen aber an Gleichgewichtslagen gebunden sein.

Um die Betrachtungen nicht zu sehr zu compliciren, setzen wir die Geschwindigkeit u_1 aller Kerne der Gattung 1, mit der sie bei der Temperatur T unregelmässig im Raum hin und her fliegen, als gleich voraus. Ihre mittlere freie Weglänge sei l_1 . Analoge Bedeutung haben u_2, l_2 für die Gattung 2 etc.

Die kinetische Energie eines Kernes 1 schreiben wir als $\frac{1}{2} m_1 u_1^2$. m_1 bedeutet also seine ponderable Masse, falls er eine solche besitzt. Fehlt dieselbe, so hat m_1 eine andere Bedeutung, die weiter unten aus der Selbstinduction des fliegenden Kernes annähernd berechnet werden soll. Wir wollen dann m_1 die *scheinbare Masse* des Kernes 1 nennen.

Nach einem Theorem von Boltzmann¹⁾ muss im Falle

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (II) 58. p. 517. 1868.

des Temperaturgleichgewichtes die mittlere kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung jedes frei fliegenden Teilchens dieselbe sein. Wir wollen demnach setzen:

$$(1) \quad \frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \dots = \alpha T,$$

worin T die absolute Temperatur, α eine universelle Constante bedeutet. Innere kinetische Energie soll für die Kerne, auch wenn sie mehrfach sind, nicht angenommen werden. Ein einfacher Kern ist weiter nichts als eine Stelle im Aether, aus welcher $4\pi e$ elektrische Kraftlinien hervorquellen (bez. in welchem $4\pi e$ Kraftlinien eingesaugt werden), ein Doppelkern ist eine Stelle, aus welcher $8\pi e$ Kraftlinien hervorquellen etc.

Auch wenn nur einfache Kerne vorhanden sind, so können doch ihre scheinbaren Massen, selbst die der gleichnamig geladenen Kerne, Verschiedenheiten aufweisen in verschiedenen Metallen, da die Ausdehnung der Kerne (d. h. Divergenz bez. Convergenz der elektrischen Kraftlinien) von den ponderablen Moleculen des Metalles beeinflusst sein kann. Der Allgemeinheit halber könnte man zunächst annehmen, dass auch in einem einzigen homogenen Körper, z. B. Metalllegirung, mehrere Gattungen gleichnamiger Kerne, selbst wenn sie alle einfache sind, mit verschiedenen scheinbaren Massen existiren.

Wenn eine Stelle des Körpers keine freie elektrische Ladung enthält, so braucht deshalb doch nicht die Gleichung

$$(2) \quad e_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 \mathfrak{N}_2 + \dots = 0$$

erfüllt zu sein.¹⁾ Denn diese Gleichung müsste nur erfüllt sein, wenn die \mathfrak{N} die Gesamtzahl aller überhaupt vorhandener Kerne bedeutete. Hier sollen aber die \mathfrak{N} nur die Zahl der frei beweglichen Kerne sein.

Wenn die Gleichung (2) nicht erfüllt ist an einer ladungsfreien Stelle, so haben wir also sicher auch gebundene Kerne im Körper.

Im allgemeinen wird man auch gebundene Kerne als existirend annehmen. Die Erscheinungen der Kathoden- und Canalstrahlen lassen vermuten, dass die gebundenen Kerne in Metallen positive Ladung tragen, wie auch daraus hervorgeht, dass in Elektrolyten die Metallionen stets positiv geladen

1) Vgl. E. Riecke, l. c. p. 356.

erscheinen. Die Kathodenstrahlen bestehen in einer Fortschleuderung der freien negativen Kerne, die Canalstrahlen in einer Fortschleuderung der freien und gebundenen positiven Kerne; letztere reißen die ponderablen Atome des Metalles, an die sie gebunden sind, mit sich, daher haben sie ponderable Massen, welche dem Atomgewichte des Metalles entsprechen.¹⁾ Ihre kinetische Energie entspricht dann fast nur der kinetischen Energie der bewegten Masse, da sie infolge der Mitführung derselben eine viel geringere Geschwindigkeit haben, als die freien, d. h. nicht an wirkliche Masse gebundenen Kerne. Vielleicht kann durch weitere quantitative Untersuchung über Kathoden- und Canalstrahlen die Anzahl der freien und der gebundenen Kerne im Metall der Elektrode bestimmt werden.

2. Die universelle Constante α .

In der kinetischen Gastheorie wird gezeigt, dass der Druck p , der bei der Temperatur T ausgeübt wird von \mathfrak{N} Molekülen pro cm^3 , von denen jedes die Masse m und die Geschwindigkeit u besitzt, den Wert hat:

$$p = \frac{1}{3} \mathfrak{N} m u^2.$$

Setzt man auch hier

$$\frac{1}{2} m u^2 = \alpha T,$$

so wird

$$(3) \quad p = \frac{2}{3} \alpha \mathfrak{N} T.$$

Diese Gasgesetze haben sich nun auch für den osmotischen Druck, welchen die Ionen in Elektrolyten besitzen, bewährt, nicht nur formell, sondern auch mit Benutzung derselben numerischen Constanten.

Wenn nun ein Metall in einen Elektrolyten eingetaucht ist, so müssen im Falle des Temperaturgleichgewichtes die freien Elektronen (Kerne) des Metalles dieselbe kinetische Energie besitzen, wie die der Ionen im Elektrolyt. Es ist daher auch für unsere Gleichung (1) die Constante α aus den Gasgesetzen zu ermitteln.²⁾

1) E. Riecke (l. c. p. 570) schliesst dies aus Versuchen W. Wien's.

2) Im § 11 wird gezeigt, dass diese numerische Bestimmung von α notwendig ist, um den Anschluss der Theorie an die Nernst'sche Theorie für Elektrolyte zu gewinnen.

Nun liegt nach Loschmidt¹⁾ die Anzahl \mathfrak{N} der Gasmoleküle, welche in 1 cm^3 bei 25° C. , d. h. $T = 298$ und $p = 1 \text{ Atm.}$, enthalten sind, zwischen den Werten $0,025 \cdot 10^{20}$ und $2,5 \cdot 10^{20}$. Für 0° C. , d. h. $T = 273$, liegt also \mathfrak{N} zwischen den Werten $0,027 \cdot 10^{20}$ und $2,7 \cdot 10^{20}$. Von derselben Grössenordnung sind die von Richarz²⁾ angegebenen Zahlwerte für \mathfrak{N} . Setzen wir, um α wenigstens zunächst der Grössenordnung nach festzulegen, die Zahl der Gasmoleküle, welche bei 0° C. und $p = 1 \text{ Atm.}$ in 1 cm^3 enthalten sind, gleich 10^{20} , so ergibt sich aus (3) die universelle Constante α , da $p = 1 \text{ Atm.} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ Dynen/cm}^2$ entspricht, in absolutem C.G.S.-Maass:

$$1,013 \cdot 10^6 = \frac{2}{3} \alpha \cdot 10^{20} \cdot 273,$$

d. h.

$$(4) \quad \alpha = 5,6 \cdot 10^{-17}.$$

3. Wärmeleitung, falls die Kernzahl von der Temperatur unabhängig ist.

Als Grundsatz stellen wir voran, dass die Wärmeleitung nur durch die Stösse der Elektronen vermittelt werden kann, d. h. dass die ponderablen Atome sich bei ihrer Bewegung um ihre Gleichgewichtslagen nicht stossen, d. h. keine Energie übertragen sollen. Wenn die in einem Metallstück überhaupt vorhandene Anzahl der Kerne jeder Gattung durch eine Erhitzung nicht verändert wird, so ist die Wärmeleitung nach den bekannten Grundsätzen der kinetischen Gastheorie zu berechnen. In ihr wird gezeigt³⁾, dass, falls jedes Molecül von irgend einer gewissen Grösse Q einen Anteil G besitzt, dann in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit die Menge

$$(5) \quad \Gamma = \frac{u}{3} \mathfrak{N} \frac{\partial G}{\partial x}$$

von dieser Grösse Q durch die Bewegung der Molecüle transportirt wird, falls die Flächeneinheit senkrecht zur Richtung des Gefälles der Grösse Q (der x -Axe) liegt. Da nach (1)

(II) 1) J. Loschmidt, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 52. p. 395. 1865; L. Boltzmann, Gastheorie I. p. 88.

2) F. Richarz, Wied. Ann. 52. p. 395. 1894.

3) L. Boltzmann, Gastheorie I. p. 77.

jeder Kern die Wärmemenge αT mit sich führt, so ergibt sich aus (5) für den Wärmefluss \mathfrak{B} durch die Flächeneinheit in der Zeiteinheit:

$$(6) \quad \mathfrak{B} = \frac{\alpha}{3} (u_1 l_1 \mathfrak{N}_1 + u_2 l_2 \mathfrak{N}_2 + \dots) \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Es ist dabei \mathfrak{B} nach Energiemaass (d. h. mechanisch, nicht nach g-Cal.) gemessen. Die (mechanisch gemessene) Wärmeleitfähigkeit k des Körpers ist also¹⁾:

$$(7) \quad k = \frac{1}{3} \alpha (u_1 l_1 \mathfrak{N}_1 + u_2 l_2 \mathfrak{N}_2 + \dots).$$

Da die Anzahl \mathfrak{N} der Kerne jeder Gattung im ganzen Körper constant, d. h. von der Temperatur unabhängig ist, so tritt also auch bei dem Vorgange des Temperatenausgleiches durch jeden Querschnitt eine gleiche Anzahl von Kernen irgend einer Gattung von rechts und links ein, d. h. es findet wohl ein Energiefluss durch den Querschnitt hindurch statt, weil die Kerne bei ihren Stössen ihre kinetischen Energien auszugleichen suchen, *aber kein elektrischer Strom. In einem solchen Körper bildet sich daher auch kein Potentialgefälle aus durch sein Temperaturgefälle.*

Die mittlere freie Weglänge l_1 für die Kerne der Gattung 1 ist nach Boltzmann²⁾, falls nur zwei Gattungen Kerne vorhanden sind:

$$(8) \quad l_1 = \frac{1}{\pi \left(s_1^2 \mathfrak{N}_1 \sqrt{2} + s_{12}^2 \mathfrak{N}_2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}} \right)},$$

falls s_1 den Radius der Stosskugel beim gegenseitigen Stosse zweier Kerne der Gattung 1, s_{12} den Radius der Stosskugel beim Stosse eines Kernes 1 auf einen Kern 2 bezeichnet. Die Radien der Stosskugeln können etwas mit der Temperatur variiren, indem sie mit Wachsen der Temperatur wegen den grösseren Geschwindigkeiten u der Kerne kleiner werden. — Indess würde die Formel (8) hier nur verwendbar sein, wenn die Kerne durch die ponderabeln Atome des Körpers in ihrer Bewegung gar nicht beeinflusst würden. Wir wollen daher

1) Der Factor von α muss nach strengerer Berechnung 0,35 sein, vgl. darüber L. Boltzmann, Gastheorie I. p. 79.

2) L. Boltzmann, Gastheorie I. p. 70.

die Formel (8) nicht benutzen, und sehen l_1 als eine Temperaturfunction an, deren Wert wir von vornherein nicht bestimmen können.

4. Elektrische Leitfähigkeit.

Innerhalb der Zeit zwischen zwei Stößen gilt für ein Elektron die Lagrange'sche Bewegungsgleichung:

$$(9) \quad m_1 \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2} = e_1 X,$$

falls eine pro Einheit der Elektrizitätsmenge wirkende elektrische Kraft X vorhanden ist (elektrostatisch gemessen), und falls ξ den in Richtung von X zurückgelegten Weg des Elektrons bezeichnet. Bezeichnet man die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen mit τ_1 , so ist

$$(10) \quad u_1 \tau_1 = l_1,$$

und nach (9):

$$(11) \quad m_1 \xi_1 = \frac{1}{2} e_1 X \tau_1^2 + a \tau_1 + b.$$

Bei Wirkung einer Kraft X in einem beliebig langen Zeitraum fliegt also der Kern im Mittel so, als ob zu seiner unregelmässigen Geschwindigkeit u_1 dazu käme eine dauernde x -Componenten seiner Geschwindigkeit, welche ist:

$$(12) \quad u_x = \frac{1}{2} e_1 X \frac{\tau_1}{m_1}.$$

Denn der Kern legt nach (11) innerhalb der Stosszeit τ_1 den Weg $\tau_1 \cdot u_x$ unter Wirkung der Kraft X zurück, innerhalb einer beliebig langen Zeit t den Weg $t \cdot u_x$.

Nach (10) kann man nun in (12) setzen:

$$u_x = \frac{1}{2} e_1 X \frac{l_1}{m_1 u_1} = \frac{1}{2} e_1 X \frac{l_1 u_1}{m_1 u_1^2}.$$

Unter Rücksicht auf die Gleichungen (1) wird daher

$$(13) \quad u_x = e_1 X \frac{l_1 u_1}{4 a T}.$$

Den Factor von $e_1 X$ wollen wir mit v_1 bezeichnen. Es ist diejenige Translationsgeschwindigkeit, welche der Kern annimmt, falls dauernd auf ihn die Kraft von einer Dyne wirkt.

v_1 kann man die Beweglichkeit des Kernes 1 nennen. Nach (13) ist diese Grösse

$$(14) \quad v_1 = \frac{l_1 u_1}{4 \alpha T}.$$

In der Zeiteinheit treten durch die Querschnittseinheit daher $e_1 X v_1 \mathfrak{N}_1$ Kerne der Gattung 1 hindurch. Da jeder Kern die Ladung e_1 trägt, so ist die durch die Bewegung der Kerne der Gattung 1 durch die Querschnittseinheit in der Zeiteinheit hindurchtransportirte Elektrizitätsmenge, d. h. Stromdichte:

$$(15) \quad j_1 = e_1^2 \mathfrak{N}_1 v_1 X.$$

Falls beliebig viele Kerngattungen vorhanden sind, so ist die Stromdichte:

$$(16) \quad j = (e_1^2 \mathfrak{N}_1 v_1 + e_2^2 \mathfrak{N}_2 v_2 + \dots) X.$$

Der Factor von X hat die Bedeutung der nach elektrostatischem Maass gemessenen *Leitfähigkeit* σ des Körpers. Dieselbe ist also:

$$(17) \quad \sigma = e_1^2 \mathfrak{N}_1 v_1 + e_2^2 \mathfrak{N}_2 v_2 + \dots$$

oder nach (14):

$$(18) \quad \sigma = \frac{1}{4 \alpha T} \left\{ e_1^2 \mathfrak{N}_1 l_1 u_1 + e_2^2 \mathfrak{N}_2 l_2 u_2 + \dots \right\}.$$

Da bei den reinen Metallen σ umgekehrt proportional zu T ist (nach der Beobachtung), so werden wir die Grössen $\mathfrak{N}_1 l_1 u_1, \mathfrak{N}_2 l_2 u_2 \dots$ bei diesen als nahezu unabhängig von der Temperatur anzusehen haben. Es kann aber auch eintreten, dass nur eine dieser Grössen, z. B. $\mathfrak{N}_1 l_1 u_1$, allein nahezu von T unabhängig ist, nämlich wenn sie den bei weitem stärksten Anteil an der Leitfähigkeit σ liefert. Aus dem optischen Verhalten der Metalle folgt in der That, wenn man nur die Existenz von zwei Kerngattungen annimmt, dass bei den meisten Metallen die Leitfähigkeit einer Kerngattung bei weitem die der anderen überwiegt.

Nach der Formel (17) ist verständlich, dass die Leitfähigkeit einer Legirung sich annähernd nach der Mischungsregel aus den Leitfähigkeiten der Componenten berechnen wird, wenn dieselben ihre normale Anzahl \mathfrak{N} freier Kerne in der Legirung behalten. Die abnorme Widerstandszunahme von Kupfer bei kleinen Zusätzen von Phosphor oder Arsen scheint darauf hinzudeuten, dass in diesen Fällen die Anzahl \mathfrak{N} freier Kerne (mindestens bei der Kerngattung, welche den wesentlichsten Anteil zur Leitfähigkeit

des reinen Metalles liefert) zurückgegangen ist, d. h., wenn man an analoge Vorgänge bei den Elektrolyten denkt, durch einen Rückgang der Dissociation des Körpers.

5. Das Verhältniß der Wärmeleitfähigkeit zur elektrischen Leitfähigkeit.

Durch Division der beiden Gleichungen (7) und (17) folgt:

$$(19) \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \alpha^2 T \frac{u_1 l_1 \mathfrak{N}_1 + u_2 l_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}{e_1^2 u_1 l_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 u_2 l_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}.$$

Sind nur einfache Kerne vorhanden, deren Ladung $\pm e$ ist, so folgt:

$$(20) \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T,$$

d. h. es folgt das Wiedemann-Franz'sche Gesetz, dass das Verhältniß beider Leitfähigkeiten eine universelle Constante ist. Dieselbe ist proportional der absoluten Temperatur.

Nun ist für Silber¹⁾ bei 18° C. die auf g-Cal. berechnete Wärmeleitfähigkeit nach absolutem Maass: 1,005. Da 1 g-Cal. = 419 · 10⁶ absolute mechanische Energie (C.G.S.-Maass) ist, so ist für Kupfer bei 18° C.

$$k = 421 \cdot 10^6.$$

Die absolute elektromagnetisch gemessene Leitfähigkeit dieses Silberstabes bei 18° C. betrug 61,4 · 10⁻⁵. Die elektrostatisch gemessene Leitfähigkeit wird erhalten, wenn man diese Zahl mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit, d. h. der Zahl 9 · 10²⁰ multiplicirt. Also ist für dieses Silber:

$$\sigma = 553 \cdot 10^{15}.$$

Folglich ergibt sich, da $T = 273 + 18 = 291$ ist, nach (20):

$$(21) \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{421}{553} \cdot 10^{-10} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 \cdot 291 = 0,760 \cdot 10^{-10},$$

d. h.

$$\left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 = 1,95 \cdot 10^{-13},$$

$$(22) \quad \frac{\alpha}{e} = 4,42 \cdot 10^{-7}.$$

Nimmt man nun für das Elementarquantum e der Electricität die von J. J. Thomson²⁾ gefundene Zahlen, $e = 6 \cdot 10^{-10}$,

1) W. Jaeger und H. Diesselhorst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 38. 1899.

2) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 46. p. 528. 1898.

welche auch mit den aus der Elektrolyse erhaltenen Daten¹⁾ nahezu übereinstimmt, so würde folgen für α der Wert
(23) $\alpha = 26,5 \cdot 10^{-17}$.

Diese Zahl stimmt der Grössenordnung nach gut überein mit dem oben Gleichung (4) aus den Gasgesetzen und der Loschmidt'schen Zahl \mathfrak{N} erhaltenen Werte $\alpha = 5,6 \cdot 10^{-17}$. Mit Hülfe des Wertes (23) kann man die Loschmidt'sche Zahl \mathfrak{N} genauer bestimmen (anstatt unserer Annahme $\mathfrak{N} = 10^{20}$) zu
(24) $\mathfrak{N} = 0,21 \cdot 10^{20}$.

Der Grössenordnung nach kann also das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeit zur elektrischen Leitfähigkeit berechnet werden aus den Gasgesetzen, und den bisher bekannten Werten der Loschmidt'schen Zahl und des Elementarquantums der Elektrizität.

Auch der zweite Teil des in (20) ausgesprochenen Gesetzes, dass k/σ proportional mit T sein solle, wird durch die Beobachtung teilweise gut bestätigt. Jaeger und Diesselhorst haben k/σ für 18° und 100° C. bei mehreren Metallen gemessen. Folgende Tabelle enthält die Beobachtungsergebnisse.

Metall	$(k/\sigma)_{180} \cdot 10^{10}$	$(k/\sigma)_{100} \cdot 10^{10}$	$(k/\sigma)_{100} : (k/\sigma)_{180}$
Aluminium	0,706	0,937	1,32
Kupfer II	0,738	0,957	1,30
Kupfer III	0,745	0,967	1,30
Silber	0,760	0,978	1,28
Gold	0,807	1,027	1,27
Nickel	0,776	1,006	1,30
Zink	0,745	0,962	1,29
Cadmium	0,784	1,005	1,28
Blei	0,794	1,035	1,31
Zinn	0,816	1,024	1,26
Platin	0,836	1,124	1,35
Palladium	0,837	1,129	1,35
Eisen I	0,890	1,178	1,32
Eisen II	0,930	1,237	1,33
Stahl	1,015	—	—
Wismut	1,068	1,195	1,12
Rotguss	0,840	1,060	1,26
Constantan	1,228	1,454	1,18

1) Vgl. F. Richarz, Wied. Ann. 52. p. 397. 1894

Die annähernde Bestätigung des Wiedemann-Franz'schen Gesetzes lässt uns schliessen, dass in Metallen nur einfache Kerne vorhanden sind. Mit dieser Annahme soll weiter gerechnet werden.¹⁾ Die Ausnahmen von dem Gesetz der Konstanz von k/σ lassen sich durch Polymerisationen der Kerne nicht erklären, da nach (19) hierdurch k/σ kleiner ausfallen müssen, als es dem normalen Werte entspricht, während es bei Wismut, Constantna etc. viel grösser ist. Wir werden, um diese Ausnahmen vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz erklären zu können, jetzt die Annahme, welche in § 3 bei der Berechnung der Wärmeleitfähigkeit gemacht wurde, dass nämlich die Kernzahl von der Temperatur unabhängig ist, fallen lassen. In der That werden wir später bei Besprechung des Volta'schen Spannungsgesetzes und der Thermoelektricität der Metalle zeigen, dass man in jedem Metall, mindestens bei einer Kerngattung, eine Abhängigkeit der Kernzahl von der Temperatur anzunehmen hat.

Nach dem Gesetz (20) sollte sein

$$(k/\sigma)_{100} : (k/\sigma)_{18} = 1,280.$$

In der That wird dieser Zahlwert bei alle den Metallen gut bestätigt, für welche $(k/\sigma)_{18}$ den in (21) angenommenen (normalen) Wert besitzt. Der Temperaturcoefficient von k/σ ist aber kleiner bei den Metallen, für welche die Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz besonders stark ist.

Wir werden nun unsere Betrachtungen zu vervollständigen haben, indem wir zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit annehmen, dass die Kernzahl von der Temperatur abhängen kann.

6. Wärmeleitung, falls die Kernzahl von der Temperatur abhängig ist.

Die Temperatur soll mit wachsendem x zunehmen. Wenn auch \mathfrak{N}_1 von T , d. h. von x abhängig ist, so strömen, wie in der Diffusionstheorie²⁾ gezeigt wird, die Anzahl

$$(25) \quad \mathfrak{N} = \frac{n_1 l_1}{3} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x},$$

1) Doppelkerne treffen wir erst bei den Elektrolyten, als an zweiwertige Ionen gebundene Kerne.

2) Vgl. z. B. L. Boltzmann, Gastheorie I. p. 90.

Kerne der Gattung 1, durch die Flächeneinheit in der Zeiteinheit nach der negativen x -Richtung zu, falls keine andere Kraft weiter auf die Kerne wirken würde. Nun müssen aber im allgemeinen durch das Strömen der Elektronen die Enden des Stabes zu verschiedenem Potential geladen werden, nämlich immer dann, wenn durch den Querschnitt nicht gleich viel positive und negative Kerne beim Vorgang des Temperaturausgleiches treten. In diesen Fällen würde also, wie schon F. Kohlrausch¹⁾ angenommen hat, *mit dem Vorgang des Temperaturausgleiches ein elektrischer Strom verbunden sein*, wenn derselbe im Stabe ungehindert abfließen könnte. Da nun aber in einem in isolirender Umgebung befindlichen Stabe, der nicht zu einem metallischen Ringe geschlossen ist, kein Strom fließen kann, so muss der Stab sich derartig durch die Verteilung seiner Elektronen elektrisch laden, dass dadurch an irgend einer Stelle eine elektrische Kraft X entsteht, die es bewirkt, dass durch einen Querschnitt an jener Stelle gleich viel positive und negative Ladung hindurchtritt.

Wirkt nun also noch eine elektrische Kraft X nach der x -Axe, so würde nach p. 576 diese den Kernstrom der Gattung 1

$$(26) \quad \mathfrak{K}' = e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X$$

nach der positiven x -Richtung zu veranlassen. Die Anzahl der Kerne der Gattung 1, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit nach der positiven x -Axe fließt, würde also sein:

$$(27) \quad \mathfrak{K}_1 = \mathfrak{K}' - \mathfrak{K} = e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X - \frac{u_1 l_1}{3} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x}.$$

Da jeder Kern die Wärmemenge αT mit sich führt, so wird der nach Gleichung (6) bestimmte Wärmestrom \mathfrak{B} nach der negativen x -Axe vermehrt um den Bestandteil

$$(28) \quad \mathfrak{B}' = \alpha T \left\{ e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X - \frac{u_1 l_1}{3} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} \right\}$$

nach der positiven x -Axe. Der von den Kernen der Gattung 1 vermittelte Wärmestrom \mathfrak{B}_1 nach der positiven x -Axe ist also:

$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}' - \mathfrak{B} = \alpha T \left\{ e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X - \frac{u_1 l_1}{3} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} \right\} - \frac{\alpha}{3} u_1 l_1 \mathfrak{N}_1 \frac{\partial T}{\partial x}.$$

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 156. p. 601. 1875.

Ersetzt man in dieser Gleichung $u_1 l_1$ durch $4 \alpha T v_1$ nach (14), so wird

$$\mathfrak{B}_1 = \alpha T \cdot e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X - \frac{4}{3} \alpha^2 T v_1 \frac{\partial (T \mathfrak{N}_1)}{\partial x}.$$

Bei beliebig vielen Kerngattungen ist also der Wärmestrom nach der positiven x -Axe:

$$(29) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{B} &= \alpha T X (e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots) \\ &- \frac{4}{3} \alpha^2 T \left[v_1 \frac{\partial (T \mathfrak{N}_1)}{\partial x} + v_2 \frac{\partial (T \mathfrak{N}_2)}{\partial x} + \dots \right]. \end{aligned} \right.$$

Die Stromdichte nach der x -Axe ist:

$$j = e_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 \mathfrak{N}_2 + \dots$$

Da diese Null sein soll, so folgt nach (27), (16) und (14):

$$(30) \quad \sigma X = \frac{4}{3} \alpha T \left(e_1 v_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} + e_2 v_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial x} + \dots \right),$$

d. h. die Stabenden laden sich infolge des Temperaturgefälles zu einer Potentialdifferenz, welche die elektrische Kraft hervorbringt:

$$(31) \quad X = \frac{4}{3} \alpha T \frac{e_1 v_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} + e_2 v_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial x} + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}.$$

Nimmt man nur zwei Gattungen einfacher Kerne an, d. h. setzt man $e_1 = -e_2 = e$, so wird:

$$(32) \quad X = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{v_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} - v_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial x}}{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2}.$$

Setzt man diesen Wert in (29) ein, so ergibt sich für den Wärmefluss:

$$(33) \quad \mathfrak{B} = -\frac{4}{3} \alpha^2 T^2 \left\{ \frac{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2}{T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{2 v_1 v_2}{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2} \frac{\partial_1 (\mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2)}{\partial x} \right\}.$$

Das zweite Glied in der Klammer hat eine anschauliche Bedeutung. Nach (27) und (31) ist nämlich die Anzahl der positiven Kerne, welche nach der x -Axe strömen:

$$\mathfrak{N}_1 = -\frac{4}{3} \alpha T \frac{v_1 v_2}{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2} \frac{\partial (\mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2)}{\partial x},$$

eine gleiche Anzahl negativer Kerne strömt nach der x -Axe, jeder Kern trägt die Wärmemenge αT ; daher stellt das zweite Glied in der Klammer (33) den durch den Kernfluss bewirkten Wärmetransport dar.

Die Wärmeleitfähigkeit k ist also:

$$(34) \quad k = \frac{1}{3} \alpha^2 T^2 \left\{ \frac{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2}{T} + \frac{2 v_1 v_2}{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2} \frac{\partial (\mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2)}{\partial T} \right\}.$$

Da für die elektrische Leitfähigkeit σ die Formel (17) gilt, welche hier für $e_1 = -e_2 = e$ ergibt:

$$(35) \quad \sigma = e^2 (\mathfrak{N}_1 v_1 + \mathfrak{N}_2 v_2),$$

so folgt für das Verhältnis beider Leitfähigkeiten:

$$(36) \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T \left\{ 1 + \frac{2 v_1 v_2 T}{(\mathfrak{N}_1 v_1 + \mathfrak{N}_2 v_2)^2} \frac{\partial (\mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2)}{\partial T} \right\}.$$

Der Vergleich dieser Formel mit der früheren Formel (20) ergibt, dass *Ausnahmen vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz eintreten, sobald die Kernzahl von der Temperatur abhängt*. Diese Ausnahmen würden nicht eintreten können, wenn nicht mindestens zwei Gattungen beweglicher Kerne im Metall vorhanden wären. Denn wenn die Beweglichkeit v z. B. der einen Gattung Null wäre, so müsste, nach (36) das Wiedemann-Franz'sche Gesetz gelten. *Von vornherein läge es ja nahe¹⁾, anzunehmen, dass nur die negativen Kerne im Metall frei beweglich wären, während die positiven an die ponderablen Atome des Metalles gebunden wären. Die Gleichung (36) lehrt, dass diese Annahme nicht zulässig ist für ein Metall, welches das Wiedemann-Franz'sche Gesetz nicht befolgt.* (Ausserdem lehren die galvanischen und thermomagnetischen Effecte die Unzulässigkeit jener Annahme, wie im II. Teil näher ausgeführt werden wird.)

Nennt man die den einzelnen Kerngattungen zukommenden Leitfähigkeiten σ_1 und σ_2 , d. h. setzt man:

$$(37) \quad \sigma_1 = e^2 v_1 \mathfrak{N}_1, \quad \sigma_2 = e^2 v_2 \mathfrak{N}_2$$

so wird

$$(38) \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T \left\{ 1 + \frac{2 \sigma_1 \sigma_2 T}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2} \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2}{\partial T} \right\}.$$

Wie nun weiter unten bei Behandlung der Potentialdifferenz bei Berührung zweier Metalle gezeigt werden wird, ist $\mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2$ eine universelle Function der Temperatur, d. h. vom Metall unabhängig. *Daher müssen die Abweichungen vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz um so grösser ausfallen, je mehr*

1) Aus den oben p. 571 angedeuteten Gründen (Kathodenstrahlen, Canalstrahlen, Metallionen in Elektrolyten).

die Leitfähigkeiten σ_1 und σ_2 der beiden Kerngattungen einander gleich werden. Dies wird nun in der That insofern bestätigt, als man aus dem optischen Verhalten eines Metalles wenigstens annähernd¹⁾ die beiden Leitfähigkeiten σ_1 und σ_2 bestimmen kann. Besonders klein fällt dies Verhältnis bei den gut leitenden Metallen Silber, Gold, Kupfer, auch Aluminium aus, dagegen besonders gross bei Stahl, Wismut, Antimon. Daher zeigen erstere Metalle (abgesehen von Aluminium) das normale Verhalten für k/σ , letztere dagegen einen merklich grösseren Wert für k/σ .²⁾ Nach (38) würde folgen, dass die Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz bei allen Metallen in einem Sinne erfolgt. Es ist dies nach den oben p. 578 herangezogenen Beobachtungen annähernd der Fall, nur Aluminium macht eine Ausnahme. — Die oben p. 577 angestellte Berechnung von α/e aus beobachteten k/σ ist nun nicht mehr streng, da die Formel (38) zu benutzen wäre an Stelle der einfacheren (20). Da aber dort Silber als Ausgangsmetall gewählt ist, und bei diesem $\sigma_1 : \sigma_2$ besonders klein ist, so ist die Correction für α/e nur unbedeutend.

Setzt man

$$(39) \quad T \frac{\partial \log \Re_1 \Re_2}{\partial T} = \varphi(T),$$

wobei $\varphi(T)$ eine universelle Function der Temperatur bedeutet, so wird nach (38):

$$(40) \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T \left\{ 1 + \frac{2 \sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2} \varphi(T) \right\}.$$

Aus den (aus dem optischen Verhalten annähernd zu berechnenden) Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ der Einzelleitfähigkeiten und aus der Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz ergibt sich, dass etwa ist:

$$(39') \quad T \frac{\partial \log \Re_1 \Re_2}{\partial T} = \varphi(T) = 3.$$

Wir werden später sehen (§ 8), dass man eine sehr einfache Deutung erhält, wenn man diese Gleichung als streng

1) Nämlich mit Vernachlässigung des optischen Einflusses der gebundenen Kerne. Vgl. darüber P. Drude, Physikal. Zeitschr. p. 161. 1900.
— Nähere Ausführung soll im III. Teil folgen.

2) Numerische Berechnungen sollen im III. Teil folgen.

erfüllt ansieht.¹⁾ Thut man das (wir wollen alle Gleichungen, die unter Benutzung der Formel (39') abgeleitet sind, mit oberem Index' kennzeichnen), so erhält man

$$(40') \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T \left\{ 1 + \frac{6 \sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2} \right\},$$

d. h. man kann aus der Abweichung eines Metalles vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz das Verhältniß der Leitfähigkeiten $\sigma_1 : \sigma_2$ seiner beiden Kerngattungen bestimmen.

7. Der Thomseffect.

Wenn man einen elektrischen Strom durch ein Metall dem Temperaturgefälle entgegen, d. h. nach der positiven x -Axe, senden will, so muss die durch (31) oder (32) bestimmte thermoelektrische Gegenkraft²⁾ überwunden werden. Denn wir haben vorhin gesehen, dass die Stromdichte Null ist, wenn die elektrische Kraft X den in (31) oder (32) bestimmten Wert hat. Durch Ueberwindung der thermoelektrischen Gegenkraft muss nun aber eine besondere Wärmetönung im Metalle entstehen.

Allgemein kann man sagen, dass in einem gleich temperirten Metall die Wärmemenge, welche in einem vom Strom i durchflossenen Volumenelement $q \cdot dx$ entwickelt wird, gleich sein muss der Arbeit, welche die elektrische Kraft X beim Stromdurchgang leistet, d. h. gleich $i X dx \cdot dt = j X q dx \cdot dt$. Da $X dx = i : w$, falls w den Widerstand des Volumenelementes bedeutet (alles elektrostatisch gemessen), so ist diese vom Strom entwickelte Wärme gleich dem Joule'schen Werte. Diese Wärmeentwicklung wird nach der hier benutzten kinetischen Vorstellung sofort anschaulich erklärt, da die Kerne in der Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Zusammenstößen eine Beschleunigung durch die elektrische Kraft X erfahren (vgl. Gleichung (9) auf p. 575), und da sie den dadurch erlangten Ueberschuss an kinetischer Energie beim Zusammenstoß mit anderen Kernen bis auf den normalen Wert αT abgeben, falls die Temperatur T des Leiters dauernd constant gehalten wird.

Aus dieser Betrachtung geht nun aber auch hervor, dass der Strom i eine kleinere Wärmemenge, als $i^2 w dt$, entwickelt,

1) Unten in § 10 ergibt sich allerdings ein kleinerer Wert für q .

2) Auch die Theorie von W. Voigt (Wied. Ann. 67. p. 717. 1899) ergibt solche thermoelektrische Kräfte beim Temperaturgefälle.

falls er im Volumenelement einer elektromotorischen Gegenkraft X' entgegenläuft. Denn um die zur Ueberwindung von X' geleistete Arbeit: $X' dx \cdot j \cdot q \cdot dt$ muss der Strom weniger kinetische Energie an die umgebenden Kerne beim Stossen abgeben, da die Gegenkraft X' die kinetische Energie der Kerne in der Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Zusammenstößen verringert. Eine solche Gegenkraft X' ist nun in einem ungleich temperirten Metall nach (31) oder (32) vorhanden. Sieht man also ab von der normalen Joule'schen Wärmeentwicklung, so würde im Volumenelement $q \cdot dx$ vom Strom i eine besondere negative Wärmeentwicklung während der Zeit dt eintreten, welche den Wert hat (nach (31)):

$$(41) \quad dQ = -idt \cdot \frac{1}{3} \alpha T dx \frac{e_1 v_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} + e_2 v_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial x} + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}$$

Zu dieser Wärmetönung tritt nun aber ein zweiter Term hinzu. Der Strom i befördert in der Zeiteinheit

$$q \cdot (e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots) (X - X')$$

Kerne, deren jeder die Energie αT besitzt, in das Volumenelement $q dx$ hinein. Hierin bezeichnet $X - X'$ die ganze, den Strom treibende elektrische Kraft an der Eintrittsstelle in das Volumenelement. Da nun $X - X' = j / \sigma$ ist, so wird in das Volumenelement $q \cdot dx$ während des Zeitelementes dt die Wärmemenge:

$$dQ_1 = \alpha j q dt T \frac{e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}$$

hineingetragen. Aus dem Volumenelement wird eine Wärmemenge dQ_2 durch die Stromdichte j herausgetragen, welche ist:

$$dQ_2 = dQ_1 + \frac{\partial dQ_1}{\partial x} dx.$$

Es wird also im Volumenelement in der Zeit dt von der Stromdichte j die Wärme entwickelt:

$$dQ' = dQ_1 - dQ_2 = - \frac{\partial dQ_1}{\partial x} dx.$$

oder, da j von x nicht abhängt:

$$dQ' = - \alpha j q dt dx \frac{\partial}{\partial x} \left[T \frac{e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots} \right].$$

Die ganze vom Strom $i = jq$ im Volumenelement entwickelte Wärmemenge ist also $dQ + dQ'$. Kehrt sich die Stromrichtung um, d. h. fließt i im Sinne des Temperaturgefälles, so kehrt sich das Vorzeichen von dQ und dQ' um. Nennen wir diese in der Zeiteinheit vom Strom i im Volumenelement $q dx$ im ganzen entwickelte Wärmemenge (den Thomsons effect) einfach Q , so wird:

$$(42) \quad \left\{ \begin{aligned} Q = + \alpha i dx & \left\{ \frac{4}{3} T \frac{e_1 v_1}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} + e_2 v_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial x} + \dots \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left[T \frac{e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots} \right] \right\}, \end{aligned} \right.$$

oder, da $\partial \mathfrak{N}_1 / \partial x = \partial \mathfrak{N}_1 / \partial T \cdot dT/dx$ ist, so folgt für den Thomsons effect des im Sinne des Temperaturgefälles fließenden Stromes zwei zwischen Stellen, deren Temperaturdifferenz dT ist:

$$(43) \quad \left\{ \begin{aligned} Q = \alpha i dT & \left\{ \frac{4}{3} T \frac{e_1 v_1}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial T} + e_2 v_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial T} + \dots \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial T} \left[T \frac{e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots} \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

Nimmt man wiederum nur zwei einfache Kerngattungen an, und führt ihre Einzelleitfähigkeiten σ_1 und σ_2 nach (37) ein, so wird

$$(44) \quad \left\{ \begin{aligned} Q = \frac{\alpha}{e} i dT & \left\{ \frac{4}{3} T \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} - \sigma_2 \frac{\partial \log \mathfrak{N}_2}{\partial T} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} T \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

Die thermoelektrische Kraft X schreibt sich in diesem Falle nach (32):

$$(45) \quad X = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} - \sigma_2 \frac{\partial \log \mathfrak{N}_2}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x},$$

so dass der Thomsons effect auch in der Form zu schreiben ist

$$(46) \quad Q = i dT \left\{ \frac{X}{\frac{\partial T}{\partial x}} + \frac{\alpha}{e} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} T \right) \right\}.$$

Bei allen Metallen, bei welchen die Leitfähigkeit σ_1 oder σ_2 der einen Kerngattung weit überragt die der anderen (nach p. 582 werden das diejenigen Metalle sein, welche keine starke Ausnahme vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz zeigen, d. h. die meisten reinen Metalle) kann man $\sigma_1 - \sigma_2 : \sigma_1 + \sigma_2 = \pm 1$ annähernd setzen, d. h. die Abhängigkeit dieses Terms von T vernachlässigen. Dann wird die Thomsonwärme nach (46):

$$(47) \quad Q = i d T \left\{ \frac{X}{\frac{\partial}{\partial x} T} + \frac{\alpha}{e} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\}.$$

Unter Benutzung der Formel (39), welche man schreiben kann als:

$$(48) \quad \frac{\partial \log \mathfrak{N}_2}{d T} = \frac{\varphi(T)}{T} - \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T},$$

wird die thermoelektrische Kraft

$$(49) \quad X = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \frac{\partial T}{\partial x} \left\{ T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} - \frac{\sigma_2 \varphi(T)}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\},$$

und die Thomsonwärme:

$$(50) \quad Q = i d T \frac{\alpha}{e} \left\{ \frac{4}{3} T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2 (1 + \frac{1}{3} \varphi)}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\}.$$

Die sogenannte spezifische Wärme der Elektrizität ist, also:

$$(51) \quad \varrho = \frac{\alpha}{e} \left\{ \frac{4}{3} T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2 (1 + \frac{1}{3} \varphi)}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\}.$$

Benutzt man die Formel (39') für $\varphi(T)$, so entsteht:

$$(49') \quad X = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \frac{\partial T}{\partial x} \left\{ T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} - \frac{3 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\},$$

$$(50') \quad Q = i \frac{\alpha}{e} d T \left\{ \frac{4}{3} T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} + \frac{\sigma_1 - 5 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\},$$

$$(51') \quad \varrho = \frac{\alpha}{e} \left\{ \frac{4}{3} T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} + \frac{\sigma_1 - 5 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\}.$$

Um die Grössenordnung der Thomsonwärme Q zu taxiren, nehmen wir an, dass

$$T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial T} \quad \text{und} \quad T \frac{\partial \log \mathfrak{N}_2}{\partial T}$$

beide von gleicher Grössenordnung sind, d. h. setzen beide nach (39') gleich 1. Die Grössenordnung von Q ist dann $i \alpha / e d T$.

Drückt man die Stromstärke nach elektromagnetischem Maasse aus und nennt den Zahlwert i_m , so ist $i:i_m = c = 3 \cdot 10^{10}$. Für $i_m = 1$ und $dT = 1^\circ \text{C.}$ ergibt sich daher mit Benutzung des Wertes von α/e nach (22):

$$Q = 13 \cdot 10^3 \text{ mechanische Einheiten,}$$

d. h.

$$Q = 3 \cdot 10^{-4} \text{ g-Cal.}$$

In der That sind die stärksten Thomsoneffecte¹⁾ (z. B. bei Wismut) gleich $0,3 \cdot 10^{-4}$, d. h. von unserer berechneten Grössenordnung.

Wie aus (47) hervorgeht, kann man die thermoelektrische Kraft X aus der Thomsonwärme berechnen, sobald man $\sigma_1:\sigma_2$ kennt. Da dieses nach (40') aus der Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz erhalten werden kann, so bietet sich so eine Prüfung der Theorie, sobald man Q , X und k/σ in einem Metall beobachtet. Beobachtungen über die thermoelektrische Kraft X fehlen meines Wissens noch gänzlich; sie müssen möglich sein durch Anwendung einer elektrometrischen Methode. Schwierigkeiten würde es aber machen, den Einfluss des umgebenden Gases auf die Potentialdifferenz zwischen dem warmen und kalten Ende des Metalles zu eliminiren.

8. Contactpotentialdifferenz.

Bei der Temperatur T mögen zwei Stücke Metalle, a und b , einander ohne Zwischenlagerung fremder Substanzen berühren. Die Anzahl der Kerne der Gattung 1 im Metall a sei \mathfrak{N}_1^a , im Metall b sei sie \mathfrak{N}_1^b etc.

Nun sind zwei principiell verschiedene Fälle möglich:

1. Es besteht ein wahrer Gleichgewichtszustand zwischen beiden Metallen. In diesem Falle müssen sie sich zu einer derartigen Potentialdifferenz laden, dass dadurch dem Diffusionsbestreben der einzelnen Kerngattungen ineinander, d. h. vom Metall a zum Metall b derartig das Gleichgewicht gehalten wird, dass die Kernzahl jeder Gattung in den beiden Metallen sich im Lauf der Zeit nicht ändert.

2. Es besteht nur ein falscher Gleichgewichtszustand zwischen den Metallen, indem allmählich die ponderabelen

1) Vgl. z. B. E. Riecke, Experimentalphysik 2. p. 325. 1896.

Atome beider Metalle vollständig ineinander diffundiren. In diesem Falle hätte die Potentialdifferenz zwischen beiden Metallen nur dafür zu sorgen, dass kein elektrischer Strom zu Stande kommt, d. h. dass durch die Grenzstelle gleichviel positive und negative Elektrizität in der Zeiteinheit geht.

Wir wollen nur mit der Annahme 1 rechnen, da bei den gewöhnlichen Verhältnissen des Druckes und der Temperatur die Diffusion zweier Metalle ineinander jedenfalls so langsam erfolgt (wenn sie überhaupt erfolgt)¹⁾, dass wir sie ignoriren können.

Wir denken uns nun, wie es streng genommen jedenfalls sein wird, den Uebergang des Metalles a in das Metall b als dünne Uebergangsschicht, in welchem \mathfrak{N}_1 , \mathfrak{N}_2 etc. continuirlich, aber sehr schnell sich von den Werten \mathfrak{N}_1^a , \mathfrak{N}_2^a etc. in die Werte \mathfrak{N}_1^b , \mathfrak{N}_2^b etc. ändern. Ebenso sind die u , v , l continuirliche Functionen von x , wenn wir die x -Axe als die von a nach b gerichtete Normale der Grenzfläche wählen.

Nach der Diffusionsgleichung (25) würde nun an einer Stelle P der Uebergangsschicht, an welcher die Kerne der Gattung 1 die Geschwindigkeit u_1 und die freie Weglänge l_1 besitzen, die Anzahl

$$\mathfrak{N}_1 = - \frac{u_1 l_1}{3} \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x}$$

von Kernen der Gattung 1 vom Metall a zum Metall b gehen in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit, wenn keine anderen Kräfte auf die Kerne wirkten. Besteht aber infolge der Potentialdifferenz zwischen a und b eine elektrische Kraft X an der Stelle P , so wird diese für sich die Anzahl $e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X$ von Kernen der Gattung 1 in der Richtung von a nach b befördern, sodass die Anzahl von Kernen der Gattung 1, welche bei P strömt, den Wert hat:

$$(52) \quad \mathfrak{N}_1 = - \frac{1}{3} u_1 l_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} + e_1 v_1 \mathfrak{N}_1 X.$$

Es wäre nun aber denkbar, dass noch eine dritte Kraft auf die Kerne wirkte. Denn wenn auch die Kerne am *homogenen* Metall frei beweglich sind, so könnten sie doch mit einer Kraft K_{ab} in der Uebergangsschicht von a nach b gezogen werden,

1) Bei soliden Metallstücken ist bisher eine Diffusion nicht beobachtet worden.

gerade wie bei der Berührung zweier Flüssigkeiten oder einer Flüssigkeit mit einem Gase die Moleküle eine Oberflächenspannung zu überwinden haben, infolge deren es auch nur eine endliche Dampfspannung giebt. In diesem Falle würde sich der Kernfluss A_1 schreiben als:

$$(53) \quad \mathfrak{A}_1 = -\frac{1}{3} u_1 l_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial x} + v_1 \mathfrak{N}_1 (e_1 X + K_{ab}).$$

Solche Oberflächenkräfte K_{ab} sind wahrscheinlich zu berücksichtigen, falls dass Körper b nicht ein Metall, sondern eine Flüssigkeit ist, gegen die das Metall eine Lösungstension zeigt (vgl. weiter unten). Vielleicht sind sie auch einzuführen, wenn man die Potentialdifferenz berechnen will, zu der sich ein Metall bei der Berührung mit dem umgebenden Gase ladet. Bei der Berührung zweier Metalle dagegen wollen wir solche Uebergangskräfte K_{ab} nicht einführen. Diese Annahme ist für Metalle einigermaassen plausibel. Sie vereinfacht die Betrachtungen erheblich, und wir wollen sehen, ob man dadurch mit den Beobachtungen nicht in Widerspruch kommt. Sollte das der Fall sein, so kann man leicht alle Gleichungen durch Einführung der Kräfte K_{ab} ergänzen.

Wenn wir nun also jetzt $K_{ab} = 0$ setzen, d. h. die Gleichung (52), anstatt (53) acceptiren, so muss für den Fall des wahren chemischen Gleichgewichtes $\mathfrak{A}_1 = 0$ sein. Man erhält also aus (52) unter Rücksicht auf (14):

$$(54) \quad X = \frac{4}{3} \frac{\alpha T}{e_1} \frac{\partial \log \mathfrak{N}_1}{\partial x}.$$

Die Potentialdifferenz, zu der sich beide Metalle laden, ist also:

$$(55) \quad V_a - V_b = \int_a^b X dx = \frac{4}{3} \frac{\alpha T}{e_1} \log \frac{\mathfrak{N}_1^b}{\mathfrak{N}_1^a}.$$

Da diese Betrachtung für jede einzelne Kerngattung gilt, so muss sein:

$$(56) \quad \frac{1}{e_1} \log \frac{\mathfrak{N}_1^b}{\mathfrak{N}_1^a} = \frac{1}{e_2} \log \frac{\mathfrak{N}_2^b}{\mathfrak{N}_2^a} = \frac{1}{e_3} \log \frac{\mathfrak{N}_3^b}{\mathfrak{N}_3^a} \text{ etc.}$$

Haben wir nur zwei einfache Kerngattungen, und ist $e_1 = e$, $e_2 = -e$, so wird (56) zu:

$$(57) \quad -\log \frac{\mathfrak{N}_1^b \mathfrak{N}_2^b}{\mathfrak{N}_1^a \mathfrak{N}_2^a} = 0, \quad \text{d. h.} \quad \mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2 = \chi(T),$$

d. h. das Product aus der Anzahl der freien positiven und negativen Kerne in der Volumeneinheit ist eine universelle Function der Temperatur. Diesen Satz hatten wir ja schon oben an zwei Stellen zur Vereinfachung der zunächst erhaltenen allgemeinen Formeln benutzt. Der Satz würde aber nicht gelten, wenn die Anziehungskräfte K_{ab} nicht Null wären.

Wenn wir ausser einer Gattung einfacher positiver Kerne auch eine Gattung positiver Doppelkerne besäßen, so würde nach (57) sein, wenn man $e_1 = e$, $e_3 = 2e$ setzt:

$$\log \left(\frac{\mathfrak{N}_1^b}{\mathfrak{N}_1^a} \right)^2 = \log \frac{\mathfrak{N}_3^b}{\mathfrak{N}_3^a},$$

$$(58) \quad \mathfrak{N}_1^2 : \mathfrak{N}_3 = \psi(T),$$

d. h. eine universelle Function der Temperatur. Man erkennt in den Gleichungen (57) und (58) die bekannte Form der Dissociations- oder Reaktionsgesetze, wie sie aus dem Guldberg-Waage'schen Massegesetz sofort folgt. Bei der letzten Gleichung (58) haben wir z. B. den Vorgang einer Dissociation, weil ein Kern der Gattung 3 sich spaltet in zwei Kerne der Gattung 1. Daher muss nach den Dissociationsgesetzen $\mathfrak{N}_1^2 : \mathfrak{N}_3$ nur eine Function der Temperatur sein, d. h. von der Concentration, d. h. der besonderen Natur des Metalles, unabhängig. — Bei der Gleichung (57) handelt es sich um die Reaction, dass ein Kern der Gattung 1 und ein Kern der Gattung 2 sich zu einem elektrisch neutralen Ding vereinigen, oder sich einfach überhaupt neutralisiren. Da in unseren Gleichungen immer nur die Anzahl der Stellen mit freier elektrischer Ladung auftritt, so resultirt daher (57) aus den Dissociationsgesetzen.

Es liegt nun nahe, auch die zweite Folgerung der Dissociationstheorie, die van't Hoff'sche Gleichung¹⁾:

$$(59) \quad r = \frac{2}{3} \alpha T^2 \frac{\partial \log (\mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2)}{\partial T}$$

1) Vgl. z. B. W. Nernst, Theoret. Chemie, 2. Aufl. p. 591. Die dort eingeführte Gasconstante R ist identisch mit unserem Werte $\frac{2}{3} \alpha$, wie aus Formel (3) hervorgeht.

anzuwenden, bei welcher r die Reactionswärme bedeutet, die entsteht, wenn sich ein positiver und ein negativer Kern neutralisiren. Mit Annahme der Formel (39') entsteht:

$$(59') \quad r = 2 \alpha T,$$

d. h. die Reactionswärme ist einfach gleich der kinetischen Energie, welche die freien Kerne vor der Vereinigung besessen haben. Es ist dies sofort verständlich, wenn man der neutralen Aetherstelle, zu welcher sich beide Kerne vereinigt haben, keine äussere und innere kinetische Energie, und überhaupt keine Energie mehr zuschreibt. Der Vorgang ist dann so zu denken: Es kann eintreten, dass zwei Kerne (ein positiver und ein negativer) durch den Stoss auf andere Kerne oder auf ponderable Atome ihre ganze kinetische Energie eingebüsst, d. h. abgegeben haben. In diesem Falle folgen sie ihrer gegenseitigen elektrostatischen Anziehung und vereinigen sich zu einer neutralen Aetherstelle. Die numerischen Werte (39') und (59') möchte ich aber immerhin vorläufig nur als hypothetische hinstellen. Die genauere numerische Bestimmung der Functionen $\varphi(T)$ und r aus den Beobachtungen soll im II. Teil besprochen werden. Eine solche Bestimmung ist thatsächlich leicht möglich, wie dort gezeigt werden wird.

Um die Grössenordnung der zu erwartenden Contactpotentialdifferenz zu taxiren, setzen wir in (55):

$$\log \mathfrak{N}_1^b : \mathfrak{N}_1^a = 1.$$

Dann folgt:

$$V_a - V_b = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T = 5,9 \cdot 10^{-7} \cdot T,$$

wenn man den Wert von α/e nach (22) benutzt. Drückt man die Potentialdifferenz nach elektromagnetischem Maass aus, so ist diese Zahl mit $3 \cdot 10^{10}$ zu multipliciren, drückt man sie in Volt aus, so ist sie nur mit $3 \cdot 10^3$ zu multipliciren. So er giebt sich:

$$V_a - V_b = 18 \cdot 10^{-5} \cdot T \text{ Volt},$$

d. h. bei $T = 18^\circ \text{ C.}$, d. h. $T = 291$:

$$V_a - V_b = 52 \cdot 10^{-3} = 0,052 \text{ Volt}.$$

Wie man sofort aus (55) erkennt, ist das Volta'sche Spannungsgesetz erfüllt.

9. Thermoelektricität.

Die thermoelektrische Potentialdifferenz $V - V'$ zwischen zwei Enden eines Metallstabes, welche auf verschiedenen Temperaturen T und T' gehalten werden, ist allgemein sofort aus (31) zu berechnen als:

$$(60) \quad V - V' = \int_T^{T'} X dx = \frac{4}{3} \alpha \int_T^{T'} \frac{e_1 v_1 \frac{\partial N_1}{\partial T} + e_2 v_2 \frac{\partial N_2}{\partial T} + \dots}{e_1^2 v_1 \mathfrak{N}_1 + e_2^2 v_2 \mathfrak{N}_2 + \dots} T dT.$$

Nimmt man nur zwei Gattungen einfacher Kerne an, für die das Dissociationsgesetz (39) gilt, so folgt:

$$(61) \quad V - V' = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \int_T^{T'} \left\{ T \frac{\partial \log N_1}{\partial T} - \frac{\sigma_2 \varphi}{\sigma_1 + \sigma_2} \right\} dT,$$

wie auch aus (49) direct hervorgeht.

Wir wollen eine thermoelektrische (offene) Kette aus zwei Metallen, a und b , bilden durch folgende, aus der Figur ersichtliche Anordnung, sodass die offenen Enden der Kette aus gleichem Metall und von gleicher Temperatur sind. Die Contactpotentialdifferenz an der Berührungsstelle der Metalle a und b , welche die Temperatur T hat, ist nach (55), wenn wir die Anzahl der Kerne der Gattung 1 einfach als \mathfrak{N} ohne Index bezeichnen, ihre Ladung als e :

$$(62) \quad V_a - V_b = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \log \frac{\mathfrak{N}^b}{\mathfrak{N}^a},$$

Die Potentialdifferenz zwischen den beiden Enden des Stabes b ist nach (61):

$$(63) \quad V_b - V'_b = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \int_T^{T'} \left\{ T \frac{\partial \log \mathfrak{N}^b}{\partial T} - \frac{\sigma_2^b \varphi}{\sigma_1^b + \sigma_2^b} \right\} dT.$$

Die Potentialdifferenz an der Berührungsstelle der Metalle a und b , welche die Temperatur T hat, ist:

$$(64) \quad V'_b - V'_a = \frac{1}{3} \frac{\alpha T}{e} \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b},$$

wenn mit \mathfrak{N}^a , \mathfrak{N}^b die Anzahl der Kerne der Ladung e bei der Temperatur T' in beiden Metallen bezeichnet wird.

Die Potentialdifferenz zwischen den beiden Enden des Stabes a , in welchem ein Temperaturgefälle besteht, ist nach (61):

$$(65) \quad V'_a - V_a^0 = \frac{1}{3} \frac{\alpha}{e} \int_{T'}^T \left\{ T \frac{\partial \log \mathfrak{N}^a}{\partial T} - \frac{\sigma_2^a \varphi}{\sigma_1^a + \sigma_2^a} \right\} dT.$$

Durch Addition der letzten vier Gleichungen entsteht als Ausdruck für die Potentialdifferenz an den offenen Enden der Kette, d. h. für seine elektromotorische Kraft E :

$$(66) \quad \left\{ \begin{aligned} E = V_a - V_a^0 &= \frac{1}{3} \frac{\alpha}{e} \left\{ T' \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} - T \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} \right. \\ &\quad - \int_{T'}^{T'} T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} dT \\ &\quad \left. + \int_{T'}^T \left[\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right)_a - \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right)_b \right] \varphi(T) dT \right\}. \end{aligned} \right.$$

Aus dieser Formel ergibt sich, dass in einem, aus einem einzigen Metall gebildeten Kreise, welcher ein beliebiges, vielleicht sehr ungleichförmiges Temperaturgefälle besitzt, doch niemals ein Thermostrom zu stande kommt.¹⁾

Ein positives E bedeutet, dass der Thermostrom an der Lötstelle der Temperatur T' von a nach b fließt, wenn die offenen Enden der Kette leitend verbunden werden.

Der letzte Term in (66) ist bei allen Metallen, in denen die Leitfähigkeit der einen Ionengattung die der anderen sehr übertrifft, sehr klein. Mindestens kann man wohl das Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ von der Temperatur als unabhängig ansehen, sodass, wenn man nach (39') und (59') φ als von T unabhängig ansieht, (66) übergeht in:

1) Vgl. über diesen Punkt Winkelmann's Handb. d. Physik 3. (1) p. 302 (Autor F. Braun).

$$(67') \quad \left\{ \begin{aligned} E = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} & \left\{ T' \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} - T \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} + \varphi(ab)(T' - T) \right. \\ & \left. - \int_T^{T'} T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} dT \right\}. \end{aligned} \right.$$

Hierin bezeichnet

$$(68) \quad (ab) = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right)_a - \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \right)_b,$$

eine bei den meisten Metallen kleine Zahl.

Wenn die Anzahl \mathfrak{N} in beiden Metallen von der Temperatur unabhängig ist, so verschwindet das Integral in (67). Daher folgt:

$$(69) \quad E = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} (T' - T) \left[\log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} + (ab) \right].$$

Wenn also die Anzahl \mathfrak{N} der Kerne einer bestimmten Gattung in beiden Metallen von der Temperatur unabhängig ist, so ist die thermoelektrische Potentialdifferenz proportional mit der Temperaturdifferenz der Lötstellen.

Im allgemeinen trifft diese Voraussetzung bei den Metallen nicht zu, eclatant bei allen denjenigen Metallcombinationen, für welche sich bei einer gewissen Temperatur T' bei festem T das Vorzeichen der thermoelektrischen Kraft umkehrt.

Bei genügend kleiner Temperaturdifferenz $T' - T = \vartheta$ kann man setzen:

$$(70) \quad \left\{ \begin{aligned} T' \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} - T \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} &= \vartheta \frac{\partial T \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} + \frac{1}{2} \vartheta^2 \frac{\partial^2 T \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T^2} \\ &= \vartheta \left\{ \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} + T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} \right\} + \frac{1}{2} \vartheta^2 \left\{ 2 \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} + T \frac{\partial^2 \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T^2} \right\}, \end{aligned} \right.$$

und

$$(71) \quad \left\{ \begin{aligned} \int_T^{T'} T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} dT &= \vartheta \cdot T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} + \frac{1}{2} \vartheta^2 \frac{\partial}{\partial T} \left(T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} \right) \\ &= \vartheta T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} + \frac{1}{2} \vartheta^2 \left\{ \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} + T \frac{\partial^2 \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T^2} \right\}. \end{aligned} \right.$$

Daher wird bei genügend kleiner Temperaturdifferenz ϑ :

$$(72) \quad E = V_a - V_b = \vartheta m + \frac{1}{2} \vartheta^2 n,$$

wobei ist:

$$(73) \quad \begin{cases} m = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \left[\log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b} + \varphi(ab) \right], \\ n = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T}. \end{cases}$$

E ist positiv gerechnet, wenn der Thermostrom an der wärmeren Lötstelle von a nach b fließt. Die Coefficienten m und n sollen der *erste* und *zweite* thermoelektrische Coefficient genannt werden.

Die Differenz $\varrho_a - \varrho_b$ der specifischen Wärme der Elektrizität bei der Temperatur T in beiden Metallen a und b ist nach (51):

$$(74) \quad \varrho_a - \varrho_b = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} - \frac{\alpha}{e} (2 + \frac{4}{3} \varphi) (ab),$$

wobei (ab) die Abkürzung (68) bedeutet. Setzt man $\varphi = 3$ nach (39'), so entsteht:

$$(74') \quad \varrho_a - \varrho_b = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T} - \frac{\alpha}{e} 6 (ab).$$

[Wenn man in (67), (69), (73) die Beziehung $\varphi = \text{const.}$ nicht benutzen will, so ist der in jenen Gleichungen auftretende Factor φ zu ersetzen durch

$$\frac{1}{T' - T} \int_T^{T'} \varphi(T) dT,$$

d. h. bei genügend kleinem ϑ durch: $\varphi + \frac{1}{2} \vartheta (\partial \varphi / \partial T)$. Diese Complication soll aber nicht weiter durchgeführt werden.]

Nach (74) hängt also die Differenz der specifischen Wärmen mit dem zweiten thermoelektrischen Coefficienten zusammen nach der Gleichung:

$$(75) \quad \varrho_a - \varrho_b = n T - (2 + \frac{4}{3} \varphi) \frac{\alpha}{e} (ab).$$

Die Thomson'sche Theorie ¹⁾ der Thermoelektricität liefert einfach:

$$(76) \quad \varrho_a - \varrho_b = n T.$$

Die Differenz der hier dargelegten Theorie gegen die Thomson'sche ist innerlich begründet, da der Vorgang der Stromerzeugung durch eine Temperaturdifferenz nach der hier dargelegten Theorie nicht streng umkehrbar ist. Die Riecke'sche Theorie ²⁾ ergibt ein anderes Vorzeichen für $\varrho_a - \varrho_b$. Riecke nimmt Blei als Metall *b* an. Dann ist $\varrho_b = 0$. Ferner ist nach Riecke die thermoelektrische Kraft positiv, wenn sie an der heisseren Lötstelle von *b* nach *a* fliesst. Wenn man *E* positiv rechnet in dem von mir hier festgesetzten Sinne, so würde daher aus der Riecke'schen Theorie folgen:

$$(77) \quad \varrho_a = - n T.$$

Riecke giebt nun selbst an, dass diese Gleichung nur bei Platin einigermaassen erfüllt sei. Immerhin wird sie besser erfüllt, als die Thomson'sche Gleichung (76).

Wir wollen an der Hand der von Riecke benutzten Zahlen ³⁾ die Grösse (*a b*) für Combinationen mehrerer Metalle *a* mit Blei *b* berechnen auf Grund von (75) unter Benutzung des Zahlwertes für α/e nach (22). Riecke setzt die Thomsonwärme $R = \sigma \cdot d T \cdot i_m$, wobei *R* in Grammc calorien und *i_m* die elektromagnetisch gemessene Stromstärke ist. Da nach unserer Bezeichnung die Thomsonwärme *Q* mechanisch ge-

1) Von der Darstellung von F. Braun in Winkelmann's Handb. d. Phys. 3. (1) p. 392. Die dortige Formel (6°):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = - T \frac{\partial^2 E}{\partial T^2}$$

ist identisch mit unserer Formel (76). Denn *E* ist dort positiv gerechnet, wenn der Thermostrom an der heissen Lötstelle vom Metall 2 zum Metall 1 fliesst.

2) E. Riecke, l. c. p. 388; Experimentalphysik 2. p. 326.

3) Entnommen aus seiner Experimentalphysik 2. p. 320 u. 325. Den Wert ϱ_a für Eisen habe ich Le Roux (Ann. de chim. et de phys. (4) 10. p. 201. 1867) entnommen.

messen ist, so ist $Q = 419 \cdot 10^5 \cdot R$. Ferner ist $i = 3 \cdot 10^{10} \cdot i_m$, sodass unsere Gleichung (50):

$$Q = i d T \cdot \rho$$

übergeht in:

$$419 \cdot 10^5 R = 3 \cdot 10^{10} \cdot i_m \cdot d T \cdot \rho;$$

daher die Riecke'sche Bezeichnung σ identisch mit:

$$\sigma = \rho \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{419 \cdot 10^5}, \text{ d. h. } \rho = 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma.$$

Ferner bezeichnet Riecke den zweiten thermoelektrischen Coefficienten, wenn man die elektromotorische Kraft elektromagnetisch misst und in dem Riecke'schen Sinne positiv rechnet, durch β . Es ist also $\beta = -3 \cdot 10^{10} \cdot n$ zu setzen. Folgende Tabelle enthält für einige Metalle nach den von Riecke benutzten Angaben die Zahlenwerte von ρ_a und n , falls man die thermoelektrische Kraft des Metalles a gegen Blei misst:

Metall a	ρ_a	n	$(2 + \frac{4}{3} \rho)(a \ b) \ b\text{-Blei}$
Cadmium	$+ 14,2 \cdot 10^{-9}$	$- 1,43 \cdot 10^{-10}$	$- 0,121$
Zink	5,02	$- 0,80$	$- 0,060$
Silber	2,51	$- 0,50$	$- 0,037$
Kupfer	0,84	$- 0,32$	$- 0,023$
Blei	0,0	0,0	0,0
Zinn	$- 0,056$	$- 0,18$	$- 0,009$
Aluminium	$- 0,056$	$- 0,18$	$- 0,009$
Platin	$- 8,36$	$+ 0,3$	$+ 0,037$
Eisen	$- 14,2$	$+ 1,62$	$+ 0,130$

Diese Zahlen für $(2 + \frac{4}{3} \rho)(a \ b)$ dürften noch recht fehlerhaft sein, weil ρ und n an demselben Material bestimmt sein müssen, was hier nicht der Fall ist. Immerhin zeigen sie, dass die oben p. 594 ausgesprochene Vermutung bestätigt ist, dass $(a \ b)$ eine kleine Zahl ist. Für Wismut, Selen, Tellur, Antimon, für welche $(a \ b)$ jedenfalls grössere Werte hat, liegen keine Bestimmungen gleichzeitig für ρ und n vor.

10. Peltiereffect.

Nach den oben auf p. 584 angestellten Ueberlegungen muss ein Strom i , welcher die Grenzfläche zweier, auf gleicher

Temperatur gehaltener Metalle a, b in der Richtung von a zu b passiert, in der Zeiteinheit die Wärmemenge entwickeln:

$$(78) \quad W = i(V_a - V_b) = \frac{4}{3} \frac{\alpha T}{e} \log \frac{\mathfrak{N}^b}{\mathfrak{N}^a} i$$

(nach Formel 55). \mathfrak{N}^a bez. \mathfrak{N}^b bezeichnet die in der Volumeneinheit des Metalles a oder b enthaltene Kernzahl irgend einer Gattung, deren Ladung e ist.

Diese Peltierwärme hängt mit dem ersten thermoelektrischen Coefficienten m nach (73) in der Weise zusammen, dass ist:

$$(79) \quad W = \left[-m + \frac{4}{3} q \frac{\alpha}{e} (ab) \right] i T.$$

Wenn also (ab) zu vernachlässigen ist, so folgt die Thomson'sche Formel:

$$(80) \quad W = -i T \frac{\partial E}{\partial T}.$$

Es hat nun Boltzmann¹⁾ darauf aufmerksam gemacht, dass diese Thomson'sche Formel wahrscheinlich durch die Complicationen, welche das Wärme- und Elektrizitätsleitvermögen der Metalle hervorbringt, für keine Metallcombination streng erfüllt sein würde. In der That hat Jahn²⁾ keine volle Bestätigung der Formel (80) erhalten. Aus den Jahn'schen Zahlen können wir den Term $\frac{4}{3} q (ab)$ für mehrere Metallcombinationen berechnen (bei 0° C., beide Metalle waren auf 0° C. Temperatur gehalten, da die entwickelte Wärmemenge im Eis calorimeter gemessen wurde).

Metalle	m	W/iT	$\frac{4}{3} q (ab)$	$\log \mathfrak{N}^b / \mathfrak{N}^a$
Cu—Ag	+0,71 . 10 ⁻⁸	-0,59 . 10 ⁻⁸	+0,0027	-0,010
Cu—Fe	+3,76 . 10 ⁻⁸	-4,50 . 10 ⁻⁸	-0,0168	-0,076
Cu—Pt	-0,47 . 10 ⁻⁸	+0,46 . 10 ⁻⁸	-0,0003	+0,008
Cu—Zn	+0,50 . 10 ⁻⁸	-0,83 . 10 ⁻⁸	-0,0075	-0,014
Cu—Cd	+0,88 . 10 ⁻⁸	-0,88 . 10 ⁻⁸	0,0	-0,015
Cu—Ni	-6,68 . 10 ⁻⁸	+6,20 . 10 ⁻⁸	-0,0110	+0,105

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien

(2) 96. p. 1258. 1887.

2) H. Jahn, Wied. Ann. 34. p. 768. 1888.

Diese Bestimmungen der Terme $\frac{4}{3}\varphi(ab)$ sind viel zuverlässiger, als die oben aus dem Thomseffect und der thermoelektrischen Kraft gewonnenen, hauptsächlich weil Jahn bei denselben Materialstücken m und W bestimmt hat.

Wenn man die aus dem Thomseffect ermittelten Zahlen $(2 + \frac{4}{3}\varphi)(ab)$ combinirt mit den aus dem Peltiereffect ermittelten Zahlen $\frac{4}{3}\varphi.(ab)$, so müsste sich daraus φ und (ab) ergeben. Denn est ist:

$$(ab) - (cb) = (ac).$$

So würde man z. B. für die Combination Cu—Ag aus dem Thomseffect nach der Tabelle auf p. 598 erhalten:

$$(2 + \frac{4}{3}\varphi)(\text{Cu, Ag}) = -0,023 + 0,037 = +0,014,$$

während sich aus dem Peltiereffect ergibt:

$$\frac{4}{3}\varphi(\text{Cu, Ag}) = +0,0027.$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{2}{3}\varphi = 0,0027 : 0,0113 = 0,24 \quad \text{und} \quad (\text{Cu, Ag}) = +0,0056.$$

Folgende Tabelle enthält die in dieser Weise aus mehreren Metallcombinationen berechneten Zahlen für $\frac{2}{3}\varphi$:

Metalle	Cu—Ag	Cu—Fe	Cu—Pt	Cu—Zn	Cu—Cd
$\frac{2}{3}\varphi$	+0,24	+0,12	+0,005	+1,15	0,00

Völlige Uebereinstimmung der Werte $\frac{2}{3}\varphi$ lässt sich bei der Mangelhaftigkeit der Beobachtungen (vgl. p. 598) nicht erwarten. Es stimmt aber wenigstens das Vorzeichen, und die numerischen Abweichungen sind nicht allzu erheblich. Im zweiten Teil wird gezeigt werden, dass sich etwa derselbe numerische Wert von φ aus dem thermomagnetischen Effect ergibt.

Die Zahl $\log \mathfrak{N}^b / \mathfrak{N}^a$ ist nach der Formel (78) vermöge der Daten für $W: iT$ gewonnen. Man sieht, dass die Anzahl \mathfrak{N} der freien Kerne pro Volumeneinheit sich in den verschiedenen Metallen nicht stark voneinander unterscheiden. Bei Antimon-Wismut wird dies Verhältnis $\mathfrak{N}^b : \mathfrak{N}^a$ stärker von 1 verschieden sein.

Aus dem Peltiereffect ergibt sich die bequemste Bestimmung der Contactpotentialdifferenz verschiedener Metalle¹⁾, da nach (78) ist:

$$V_a - V_b = W/i = 300 \cdot W/i \text{ Volt.}$$

Es würden daher bei der Temperatur 0° C. folgende Potentialdifferenzen bestehen:

Metalle	Potentialdifferenz
Cu—Ag	— 0,00048 Volt
Cu—Fe	— 0,00367
Cu—Pt	+ 0,00037
Cu—Zn	— 0,00068
Cu—Cd	— 0,00072
Cu—Ni	+ 0,00507

Diese Bestimmungen der Contactpotentialdifferenz basiren allerdings auf der oben p. 590 gemachten Annahme, dass beim Uebergang eines Kernes vom Metall *a* in das Metall *b* keine andere, als eine elektrische Arbeit geleistet wird, d. h. dass eine oben als K_{ab} bezeichnete Kraft nicht existirt. Diese Annahme ist aber um so plausibler, als sich, wie aus der vorletzten Tabelle hervorgeht, die Kernzahl in den verschiedenen Metallen als nur wenig voneinander verschieden ergibt. Vor allem wird aber das Verschwinden von Kräften K_{ab} dadurch bewiesen, weil sonst Peltiereffecte eintreten könnten, auch wenn die Metallcombination gar keine thermoelektrische Kraft besässe, es würde also bei Vorhandensein von Kräften K_{ab} die Thomson'sche Gleichung (80) auch nicht annähernd erfüllt sein.

11. Potentialdifferenz zwischen zwei verschieden concentrirten Lösungen eines Elektrolyten.

Da in einem Elektrolyten die Elektronen an frei bewegliche Massen gebunden sind, d. h. als freie Kerne wirken, so

1) Vgl. E. Riecke, Experimentalphysik 2. p. 324. 1896. — Das von Riecke geäußerte Bedenken, dass der Thomseffect den Schluss unsicher macht, trifft hier nicht zu.

muss unsere Formel (32) auch für diesen Fall gelten, nach der die Potentialdifferenz ist:

$$(81) \quad V_a - V_b = \int_a^b X dx = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \int_a^b \frac{v_1 d\mathfrak{N}_1 - v_2 d\mathfrak{N}_2}{v_1 \mathfrak{N}_1 + v_2 \mathfrak{N}_2}.$$

Diese Formel muss für einen Elektrolyten mit zwei einwertigen Ionen gelten. Bei ihm ist $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$ proportional der Concentration c des gelösten Stoffes. Daher liefert (81), da wir $v_1 : v_2$ annähernd als von der Concentration unabhängig ansehen können:

$$(82) \quad V_a - V_b = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \log \frac{c_b}{c_a}.$$

Nach Nernst¹⁾ ist die pro g-Ion wirkende elektrostatische Potentialdifferenz

$$(83) \quad P_a - P_b = R T \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \log \frac{c_b}{c_a}.$$

Dabei ist die Gasconstante R dadurch definirt, dass der osmotische Druck, falls 1 g-Ion in der Volumeneinheit enthalten ist, den Wert hat:

$$p = R T.$$

Nennt man \mathfrak{N} die Anzahl thatsächlich vorhandener frei beweglicher Kerne, wenn 1 g-Ion in der Volumenheit enthalten ist, so ergiebt ein Vergleich mit unserer früheren Formel (3), welcher Vergleich gestattet ist, da der osmotische Druck sich aus den Gasgesetzen berechnet, dass zu setzen ist:

$$R = \frac{2}{3} \alpha \mathfrak{N}.$$

Die nach (83) bestimmte Potentialdifferenz soll pro g-Ion wirken. Da $\frac{1}{2} \mathfrak{N}$ positive und $\frac{1}{2} \mathfrak{N}$ negative Kerne, von denen jeder die Ladung e enthält, im g-Ion vorhanden sind, so wirkt also $P_a - P_b$ auf die positive Elektrizitätsmenge $\frac{1}{2} e \mathfrak{N}$. Auf die Elektrizitätsmenge 1 würde also nach Nernst wirken:

$$V_a - V_b = \frac{P_a - P_b}{\frac{1}{2} e \mathfrak{N}} = \frac{2 R}{e \mathfrak{N}} T \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \log \frac{c_b}{c_a}.$$

Unter Benutzung der Relation für R geht dieser Ausdruck in unsere Formel (82) über. Die hier dargelegte Theorie gelangt also bei Elektrolyten zu den schon bewährten Formeln der

1) W. Nernst, Theoret. Chem., 2. Aufl., p. 659.

Nernst'schen Theorie.¹⁾ Man hätte auch oben p. 573 diesen Anschluss als Ausgang für die Berechnung der universellen Constanten α nehmen können.

12. Elektrolytische Thermoketten.

Wenn man als Quelle elektromotorischer Kraft nur den Potentialsprung (82) an der Grenzfläche des Concentrationsprunges annimmt, so erhält man die von Nernst²⁾ dargelegte Theorie der elektrolytischen Thermoketten. Es ist nun aber zu berücksichtigen, dass nach (60) in einem Elektrolyten, in welchem ein Temperaturgefälle besteht, das Potentialgefälle auftritt:

$$(84) \quad V - V' = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \int_T^{T'} \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \frac{\partial \log \mathfrak{N}}{\partial T} T dT,$$

da in einem aus gleichwertigen Ionen bestehenden Elektrolyten jederzeit $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$ ist. Sieht man $v_1 : v_2$ als unabhängig von der Temperatur an, so entsteht:³⁾

$$(85) \quad V - V' = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \cdot \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \int_T^{T'} \frac{\partial \log \mathfrak{N}}{\partial T} T dT.$$

Für Ketten vom „ersten Typus“, d. h. solche Ketten, welche aus demselben Elektrolyten, aber von verschiedener Concentration, bestehen, heben sich diese beiden in jedem Elektrolyt wegen des Temperaturgefälles bestehenden Potentialdifferenzen gegenseitig auf, wenn man annimmt (was bei vollständig dissociirten Elektrolyten gestattet ist), dass die Concentration in der Lösung 1 bei einer beliebigen Temperatur

1) Auf dem von M. Planck (Wied. Ann. 40. p. 561. 1890) eingeschlagenen Wege erhält man auch nach der hier dargelegten Theorie die Potentialdifferenz an der Grenze zweier verschiedener Elektrolyte.

2) W. Nernst, Zeitschr. f. physikal. Chem. 4. p. 129. 1889.

3) Zu einem ähnlichen, aber allerdings nicht identischen Ausdruck gelangt A. H. Bucherer (Zur Theorie der Thermoelektricität der Elektrolyte und der Metalle, p. 9. Leipzig 1898). Auch seine Theorie der Thermoelektricität der Metalle (l. c. p. 15) hat mit der hier entwickelten Formel (69') Aehnlichkeit, wenn man den Dampfdruck des Metalles proportional der Kernzahl \mathfrak{N} setzt.

zu der Concentration in der Lösung 2 bei derselben Temperatur in einem constanten Verhältniss steht. Denn dann ist $\partial \log \mathfrak{N} / \partial T$ für beide Lösungen gleich. In der That hat Duane¹⁾ für Ketten vom ersten Typus die einfache Nernst'sche Theorie vollkommen bestätigt gefunden.

Für Ketten vom zweiten Typus dagegen, die aus zwei Lösungen derselben Concentration, aber von zwei verschiedenen Elektrolyten bestehen, werden sich die Terme (85) nicht gegenseitig aufheben.

In der That wies Duane nach, dass bei Thermoketten vom zweiten Typus die an ihren Begrenzungen auftretenden, nach Planck zu berechnenden Potentialdifferenzen zur völligen Darstellung der Thermokraft nicht ausreichen. Aus den Experimenten ergab sich, dass die durch das Temperaturgefälle in den beiden Lösungen hervorgebrachten Thermokräfte (bei vollständig dissociirten Lösungen) der Temperaturdifferenz an den beiden Enden proportional und von der absoluten Concentration c der beiden Lösungen unabhängig seien. Letzteres ergibt sich direct aus der Formel (85), da nur $\log \mathfrak{N}$, d. h. $\log c$ auftritt. Ersteres würde sich aus (85) ergeben, wenn innerhalb des benutzten Temperaturintervalles

$$\frac{\partial \log \mathfrak{N}}{\partial T} = \frac{\text{const.}}{T},$$

d. h.

(86)

$$\mathfrak{N} = a \cdot T^b$$

gesetzt werden kann.²⁾

13. Potentialdifferenz von Metallen gegen Elektrolyte.

Ein Metall tauche in eine wässrige Lösung, welche positive Metallionen und beliebig andere negative Ionen enthält. Zur Vereinfachung wollen wir annehmen, dass es sich nur um einwertige Ionen handle. Das Metall enthält freie und ge-

1) W. Duane, Wied. Ann. 65. p. 374. 1898.

2) Dass diese Formel bei einem vollständig dissociirten Elektrolyten abweichend von den Gasgesetzen sein kann, ist kein Widerspruch damit, dass für *isotherme* Prozesse die Gasgesetze gelten. Vgl. Bucherer, l. c. p. 6. — Ueber den Zusammenhang des Potentialgefälles in einem ungleich temperirten Elektrolyten mit dem Soret'schen Phänomen vgl. W. Nernst, Theoret. Chem. 2. Aufl. p. 677.

gebundene positive Kerne, ihre Anzahl in der Volumeneinheit sei \mathfrak{N}_1 bez. \mathfrak{N}'_1 . Die Lösung enthält nur an Masse gebundene Kerne (Ionen), die Anzahl der in der Volumeneinheit enthaltenen positiven (welche sämtlich Metallionen seien) sei \mathfrak{N}_2 . Wir denken uns in der sehr dünnen Uebergangsschicht zwischen Metall und Lösung die Anzahl \mathfrak{N} der freien positiven Kerne und die Anzahl \mathfrak{N}' der positiven Ionen stetig variierend von den Werten \mathfrak{N}_1 bis Null, bez. \mathfrak{N}'_1 bis \mathfrak{N}'_2 . Auch die Beweglichkeiten v' der letzteren (d. h. die Geschwindigkeiten, welche sie annehmen, falls die Kraft von einer Dyne dauernd auf sie wirkt) wollen wir in der Uebergangsschicht als stetig voraussetzen. Im Metalle muss man $v'_1 = 0$ setzen, da in ihm die gebundenen Kerne keine Beweglichkeit besitzen, in der Lösung hat v' den aus den elektrolytischen Erscheinungen bekannten Wert v'_2 (Beweglichkeit der Metallionen); in der Uebergangsschicht variire also v' stetig von Null bis v'_2 .

Wenn sich nun zwischen Metall und Lösung eine Potentialdifferenz ausbildet, derzufolge die elektrische Kraft X an einer beliebigen Stelle P der Uebergangsschicht wirkt, so würde nach den Gleichungen (27) und (14) die Anzahl freier Kerne:

$$(87) \quad \mathfrak{N} = e v \mathfrak{N} X - \frac{4}{3} \alpha T v \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x}$$

durch die Querschnittseinheit in der Zeiteinheit von Metall zur Lösung gehen und die Anzahl:

$$(88) \quad \mathfrak{N}' = e v' \mathfrak{N}' X - \frac{4}{3} \alpha T v' \frac{\partial \mathfrak{N}'}{\partial x}$$

gebundener Kerne (Metallionen), falls die x -Axe positiv vom Metall zur Lösung gerechnet wird, und falls besondere Anziehungskräfte K_{ab} (vgl. oben p. 590) nicht eingeführt werden. Wir wollen sehen, zu welchen Folgerungen man ohne Einführung solcher Kräfte kommt.

Die Gleichungen (87), (88) sind aber auf Grund der Vorstellungen der kinetischen Theorie, d. h. völlig frei beweglicher Kerne, abgeleitet, nach der die Beweglichkeit wohl eine Function des Ortes der Kerne sein kann, aber den einzelnen Kernen derselben Gattung nicht verschiedene Beweglichkeit specifisch anhaftet. Führen wir dagegen diese letztere Annahme für die gebundenen Kerne ein, um die starke Veränderlichkeit

der Beweglichkeit v' mit x zu erklären, so ist (88) umzuändern in:

$$(89) \quad \mathfrak{N}' = e v' \mathfrak{N}' X - \frac{4}{3} \alpha T \frac{\partial (\mathfrak{N}' v')}{\partial x}.$$

Ebenso wollen wir (87) umändern in:

$$(90) \quad \mathfrak{N} = e v \mathfrak{N} X - \frac{4}{3} \alpha T \frac{\partial (\mathfrak{N} v)}{\partial x},$$

obwohl wir nicht wissen, in welcher Weise für die freien Kerne v variirt. Denn in der Lösung kommen sie nicht mehr vor.

Wir denken uns nun den Gleichgewichtszustand erreicht, der erst nach einer sehr kurzen Zeit nach dem Eintauchen des Metalles eintreten wird, während der eventuell etwas Metall in Lösung gegangen ist und so viel Metallionen gebildet hat, dass der Gleichgewichtszustand möglich geworden ist. Jedenfalls setzen wir voraus, dass ein solcher eingetreten sei, d. h. dass kein Metall weiter aufgelöst wird. Auch ein elektrischer Strom fliesst im Gleichgewichtsfall nicht. Die Bedingung des Gleichgewichtes braucht nun hier (im Gegensatz zu der oben p. 590 angestellten Betrachtung der Contactpotentialdifferenz zweier Metalle) nicht die zu sein, dass sowohl \mathfrak{N} als \mathfrak{N}' verschwindet, sondern es bedeutet auch Gleichgewicht, falls

$$(91) \quad \mathfrak{N} + \mathfrak{N}' = 0$$

ist. In diesem Falle geht nämlich eine Anzahl \mathfrak{N} freier positiver Kerne nach wachsendem x , eine gleiche Anzahl Ionen aber entgegengesetzt. Wenn diese ihre ponderable Metallmasse abgeben, und diese den freien Kernen \mathfrak{N} nachwandert, mit denen sie sich zu Ionen verbindet, so ist der Endzustand genau derselbe, wie der Anfangszustand. Es hat nur ein Massenaustausch stattgefunden, was aber keinen Energiewert repräsentirt, da zunächst die Masse von ihren Kernen getrennt ist, aber sodann sich an andere Kerne angelagert hat. Die Gleichung (91) liefert daher:

$$(92) \quad e (v \mathfrak{N} + v' \mathfrak{N}') X = \frac{4}{3} \alpha T \frac{\partial (v \mathfrak{N} + v' \mathfrak{N}')}{\partial x}.$$

Wir nehmen nun nach ähnlichen Ueberlegungen, wie sie Planck¹⁾ angestellt hat, in der Uebergangsschicht, deren

1) M. Planck, Wied. Ann. 40. p. 563. 1890.

Dicke d sei, ein constantes Gefälle der Grössen $v\mathfrak{N}$, $v'\mathfrak{N}'$ an, da dies dem stabilen Zustand entsprechen wird, und schreiben:

$$(93) \quad v\mathfrak{N} = v_1 \mathfrak{N}_1 \left(1 - \frac{x}{d}\right), \quad v'\mathfrak{N}' = v'_2 \mathfrak{N}'_2 \cdot \frac{x}{d}.$$

In der That muss ja für $x = 0$ (im Metall) sein:

$$v\mathfrak{N} = v_1 \mathfrak{N}_1, \quad v'\mathfrak{N}' = 0$$

und für $x = d$ (in der Lösung):

$$v\mathfrak{N} = 0, \quad v'\mathfrak{N}' = v'_2 \mathfrak{N}'_2.$$

Nach (92) ist daher:

$$(94) \quad X = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{v'_2 \mathfrak{N}'_2 - v_1 \mathfrak{N}_1}{v_1 \mathfrak{N}_1 d + x(v'_2 \mathfrak{N}'_2 - v_1 \mathfrak{N}_1)}.$$

Daher wird die Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung:

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 X dx = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \left\{ \log [v_1 \mathfrak{N}_1 d + x(v'_2 \mathfrak{N}'_2 - v_1 \mathfrak{N}_1)] \right\}_{x=0}^{x=d}$$

oder

$$(95) \quad V_2 - V_1 = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \log \frac{v_1 \mathfrak{N}_1}{v'_2 \mathfrak{N}'_2}.$$

Von der Betrachtung der negativen Kerne ist hier ganz abgesehen, weil sie unnötig ist. Die Verteilung von positiven und negativen Ionen in der Lösung und die von freien positiven und negativen Kernen im Metall muss für den Gleichgewichtsfall derartig sein, dass auch die Betrachtung der negativen Ladungen zu dem Ausdruck (95) führen muss.

Wenn man diese Formel mit der Nernst'schen Formel¹⁾ (die dortige Formel gilt für zweiwertige Ionen, daher ist der Factor $1/2$ zugefügt)

$$(96) \quad P_2 - P_1 = \frac{RT}{2} \log \frac{P_1}{P_2}$$

vergleicht, worin P_1 den osmotischen Druck der Metallionen, P_2 die Lösungstension des Metalles bezeichnet, so erkennt

1) W. Nernst, Theoret. Chem. p. 664.

man, dass diese Lösungstension nach den hier dargelegten Anschauungen proportional ist:

$$(97) \quad P_1 \sim \frac{v_1 \mathfrak{N}_1}{v_2'},$$

welche Gleichung anschaulich zu interpretiren ist. — Da nun

$$(98) \quad v_1 \mathfrak{N}_1 = \frac{\sigma_1}{e^2}$$

ist, falls σ_1 die Leitfähigkeit der freien positiven Kerne des Metalles bedeutet, so muss also, da die Ionenbeweglichkeiten v_2' der verschiedenen Metalle in wässrigen Lösungen nicht sehr erheblich variiren, die Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung wesentlich durch die Leitfähigkeit der freien positiven Elektronen im Metall bestimmt werden, indem sie mit letzterer wächst. Dieser Satz wird insofern bestätigt, als Nernst edlen Metallen (auch Kupfer) kleine Lösungstensionen zuschreibt, dagegen unedlen Metallen (Zink) grosse Lösungstensionen. In der That ergibt sich nun auch aus dem optischen Verhalten des Silbers, Goldes, Kupfers, dass bei diesen die Leitfähigkeiten der positiven Kerne sehr klein sind, während beim Zink und anderen unedlen Metallen sie verhältnismässig grösser wird.

Betrachten wir eine offene Zink-Kupfer-Kette in äquimolecularer Zinksalz- bez. Kupfersalzlösung, und setzt man an den Zinkstab (*b*) in der Luft wiederum einen Kupferstab, so würde nach (62) und (95) die Potentialdifferenz der offenen Kette sein:

$$(99) \quad V_a - V_b = \sim \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \log \frac{v_b \cdot v_a'}{v_a \cdot v_b'}.$$

Hierin ist $V_a - V_b$ positiv, wenn der Strom bei geschlossener Kette im Draht vom Kupfer (*a*) zum Zink (*b*) geht. v_a, v_b bezeichnen die Beweglichkeiten der Kerne in beiden Metallen, v_a', v_b' die Beweglichkeiten der Metallionen in wässriger Lösung. — Ich habe noch nicht die bisher bekannten Metalleigenschaften in der Weise zahlenmässig benutzen können, um die Gleichung (99) quantitativ zu prüfen. Ich möchte aber gleich hier bemerken, dass sie mir unwahrscheinlich erscheint. Denn wie wir oben (p. 592) sahen, entspricht der Factor $\frac{4}{3} \cdot \alpha / e T$ einer Potentialdifferenz von $\frac{1}{20}$ Volt. Damit also,

wie es beim Daniell beobachtet wird, $V_a - V_b$ den Wert von rund 1 Volt erreicht, müsste $v_b \cdot v'_a / v_a \cdot v'_b$ eine sehr grosse Zahl sein. Es ist aber nicht wahrscheinlich, dass die Beweglichkeiten der Elektronen in Kupfer und Zink sich derartig stark voneinander unterscheiden sollten.

Wenn sich, wie ich durchaus vermute, die Gleichung (99) nicht an der Hand der Erfahrung bestätigt, so ist wohl doch eine eigentliche spezifische Lösungstension in die Rechnungen hier einzuführen, d. h. eine Kraft K_{ab} (vgl. oben p. 590), welche die positiven Metallionen vom Metall zur Lösung zieht. — Es sollte hier nur versucht werden, wie weit man ohne Einführung einer eigentlichen Lösungstension die Theorie durchführen kann, da man nur dann (vorläufig wenigstens) hoffen kann, die Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung aus anderen beobachteten Erscheinungen zu berechnen. Aber ich selbst halte diesen Versuch hier für nicht geglückt.

Wenn ein Strom die Grenzfläche zwischen Elektrolyt und Metall passirt, so müssen besondere Wärmetönungen eintreten, die dem Thomson'schen Satze (vgl. oben p. 599) nicht gehorchen. Dies ergibt sich sowohl bei Einführung einer wirklichen Lösungstension des Metalles, als auch schon nach den hier dargelegten Erörterungen, da bei Stromdurchgang nach der Metallseite zu durch die Abgabe der Ladung der Metallionen Wärmetönungen auftreten werden. Diese Vorgänge brauchen aber zur Ableitung der Potentialdifferenz im Gleichgewichtsfall nicht herangezogen werden, und daher wird die Thomson'sche Formel des Peltiereffectes im allgemeinen nicht bestätigt sein, wie auch Jahn¹⁾ fand.

14. Die scheinbare Masse der Elektronen.

Wir wollen uns denken, dass positive Kerne der Ladung e in constantem Abstand mit der Geschwindigkeit $\partial \xi / \partial t$ nach der positiven x -Axe strömen. Wenn \mathcal{N} Kerne pro Längeneinheit vorhanden sind, so ist die (elektrostatisch gemessen) Stromstärke:

$$(100) \quad i = e \mathcal{N} \frac{\partial \xi}{\partial t}.$$

1) H. Jahn, Wied. Ann. 34. p. 784. 1888.

In dem Abstände d soll ein gleich starker, paralleler Rückstrom stattfinden. Dann ist die pro Längeneinheit wirkende Selbstinduction dieses Systems¹⁾:

$$(101) \quad L = 2 \log \frac{d^2}{\varrho R},$$

wobei ϱ den Radius, d. h. die halbe Dicke der nach der x -Axe strömenden Elektronen bezeichnet, R den Radius des im Abstand d fließenden Rückstromes. Dieser ist immer sehr gross im Vergleich von ϱ zu betrachten²⁾, sodass man für L schreiben kann:

$$(102) \quad L = 2 \left(\log \frac{d}{\varrho} + \log \frac{d}{R} \right) = 2 \log \frac{d}{\varrho}.$$

Wenn nun die Stromstärke, d. h. die Geschwindigkeit $\partial \xi / \partial t$ der Kerne geändert wird, so setzt eine Gegenkraft der Induction ein, welche, in elektromagnetischem Maasse gemessen, den Wert hat:

$$(103) \quad E_m = L \frac{\partial i_m}{\partial t},$$

falls die Stromstärke i_m in elektromagnetischem Maasse gemessen ist. Da nun $i_m = i : c$, $E_m = E \cdot c$ ist, falls $c = 3 \cdot 10^{10}$ und die Inductionskraft E elektrostatisch gemessen wird, so folgt:

$$(104) \quad E = \frac{L}{c^2} \frac{\partial i}{\partial t}.$$

$E i d t$ bezeichnet die Arbeit, welche man aufwenden muss, damit die Stromstärke i während der Zeit $d t$ erhalten bleibt, d. h. die notwendig ist, damit sich die Kerne um die Strecke $d \xi$ nach der x -Axe verschieben. Setzt man diese Arbeit gleich $K' \cdot d \xi$, so wird also:

$$(105) \quad K' d \xi = E i d t = i \frac{L}{c^2} \frac{\partial i}{\partial t} d t.$$

Benutzt man nun für i den Wert nach (100), so wird:

$$K' d \xi = \frac{L}{c^2} e^2 \mathfrak{N}^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} d \xi,$$

1) Vgl. P. Drude, Phys. d. Aethers p. 212, Formel (36).

2) Dies gilt selbst für Lichtwellen (vgl. weiter unten), da als Rückstromausdehnung der Querschnitt aufgesetzt werden muss, der überhaupt vom rückströmenden Kerne angefüllt ist, nicht etwa der Querschnitt einer einzelnen rückströmenden Linie von Kernen.

d. h. es ist:

$$(106) \quad K' = \frac{L}{c^2} e^2 \mathfrak{N}^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

K' ist die mechanisch gemessene Kraft, welche die auf der Längeneinheit vorhandenen \mathfrak{N} -Kerne beanspruchen, um ihnen eine Beschleunigung $\partial^2 \xi / \partial t^2$ zu erteilen. Jeder einzelne Kern beansprucht also die Kraft:

$$(107) \quad K = \frac{K'}{\mathfrak{N}} = \frac{L}{c^2} e^2 \mathfrak{N} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Wenn der Kern eine Masse m besäße, so müsste sein:

$$(108) \quad K = m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

es ist daher die scheinbare Masse m des Kernes:

$$(109) \quad m = \frac{e^2}{c^2} L \mathfrak{N} = \frac{2 e^2}{c^2} \log \frac{d}{\varrho} \cdot \mathfrak{N}^{1/2}.$$

Hierbei bezeichnet \mathfrak{N} die in der Volumeneinheit enthaltene Kernzahl.

Aus dieser Formel (109) ist ersichtlich, dass die scheinbare Masse einer Kerngattung in verschiedenen Metallen nicht immer dieselbe ist, selbst wenn der Kernradius ϱ stets derselbe sein sollte. Denn die scheinbare Masse ist proportional mit der dritten Wurzel von \mathfrak{N} , d. h. der Kernconcentration. Diese ist aber in verschiedenen Metallen verschieden.

Aber selbst in einem bestimmten Metall kann die scheinbare Masse je nach den Umständen streng genommen etwas variieren, indem die Distanz d des Rückstromes dadurch beeinflusst werden kann. Allerdings wird diese Veränderung der scheinbaren Masse m praktisch nicht merklich sein. Bei stationären Strömen und bei Kathodenstrahlen ist die Distanz d des Rückstromes als sehr gross gegen den Kernradius ϱ anzunehmen. Da nun in der Formel (109) der \log des Verhältnisses d/ϱ auftritt, so wird die procentische Aenderung von m ganz unmerkbar sein, auch wenn sich d in bedeutender Weise ändert. Eine Aenderung von m gegenüber den bei Kathodenstrahlen erhaltenen Werten liesse sich für Lichtwellen vielleicht denken, da für sie der Rückstrom in der Distanz d gleich der halben Lichtwellenlänge erfolgt. Aber selbst in diesen Fällen wäre wohl eine merkliche Verkleinerung von m nur in denjenigen Metallen

zu erwarten, welche, wie Gold, Silber und vor allem Natrium und Kalium-Natrium einen sehr kleinen Brechungsindex besitzen, d. h. eine sehr kleine Lichtwellenlänge hervorbringen.

Legt man nämlich den bei Kathodenstrahlen erhaltenen Wert:¹⁾

$$(110) \quad \frac{e}{m} = 1,86 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 5,6 \cdot 10^{17}$$

zu Grunde, so würde aus (109) für Kathodenstrahlen etwa folgen:

$$(111) \quad \mathfrak{N}^{1/2} \log \frac{d}{\varrho} = 10^{12}.$$

Nimmt man nun, was allerdings durchaus willkürlich ist, die Kernzahl \mathfrak{N} im luftverdünnten Raume der Hittorf'schen Röhre entsprechend den Gasgesetzen an, und nimmt für \mathfrak{N} die Loschmidt'sche Zahl 10^{20} bei Atmosphärendruck, so würde, selbst wenn der Druck noch in der Hittorf'schen Röhre $\frac{1}{10}$ mm Quecksilber, d. h. etwa 10^{-5} Atm. betragen sollte, \mathfrak{N} den Wert 10^{15} , d. h. $\log d/\varrho$ den Wert 10^7 besitzen. Wenn nun, wie es für Lichtwellen in Silber z. B. möglich wäre, d auf den 10^{-7} ten Teil reducirt wäre, im Vergleich zu den Experimenten mit Kathodenstrahlen, so würde dadurch $\log d/\varrho$ den Wert annehmen: $10^7 - 7 \cdot \log 10$, d. h. der Wert der scheinbaren Masse der Kerne würde ganz unmerklich verkleinert sein, etwa im Verhältniß $2:10^6$.

Dagegen muss die scheinbare Masse m sehr viel kleiner werden für die bei Fehlen einer äusseren elektrischen Kraft bestehenden völlig ungeordneten Bewegung der Elektronen. Denn dann befinden sich die rückströmenden Elektronen in minimalen Distanzen der Grössenordnung $d = 1:\mathfrak{N}^{1/2}$.

Daher können dann, da bei der ungeordneten Elektronenbewegung die Selbstinduction L der Kerne sehr klein wird, auch im Aussenraume (Luft) eines Metallstückes keine merklichen Inductionswirkungen entstehen, wenn seine Kerne von innen zur Oberfläche gelangen und von ihr, durch Kräfte K_{ab} (vgl. p. 590) beeinflusst, reflectirt werden, während nach neueren Auffassungen die Inductionswirkung bei Aufhalten einer ge-

1) W. Kaufmann, Wied. Ann. 62. p. 598. 1897. — S. Simon, Wied. Ann. 69. p. 611. 1899.

ordneten schnellen Bewegung von Elektronen (Aufprallen der Kathodenstrahlen auf die Antikathode) in der Erscheinung der Röntgenstrahlen¹⁾ zu Tage tritt.

Im folgenden II. Teil wird gezeigt werden, dass man sämtliche beobachteten galvano- und thermomagnetischen Effecte auf der hier benutzten Grundlage anschaulich erklären und berechnen kann ohne Zuhilfenahme neuer Hypothesen.

Leipzig, Februar 1900.

1) Hinsichtlich ihres Verhältnisses zu den Becquerelstrahlen scheint aus den Versuchen über ihre magnetische Ablenkbarkeit hervorzugehen, dass letztere wirklich frei fliegende Kerne sind, die die radioactiven Körper entsenden, während die Röntgenstrahlen lediglich in heftigen, aber kurzen Inductionstößen bestehen, welche den Zusammenhang eines an ein Gasmolecül gebundenen positiven und negativen Kernes zerstören und daher das Gas leitend machen können.

(Eingegangen 22. Februar 1900).

12. *Ein elektrolytischer Unterbrecher für schwache Ströme; von A. v. Rzewuski.*

Bekanntlich functionirt der Wehneltunterbrecher erst bei höherer Spannung des Betriebsstromes gut, bei niedriger Spannung, z. B. mit 24 Volt und 1 mm langer activer Elektrode, lässt sich das Unterbrechungsphänomen überhaupt nicht erzielen. Der Grund, weshalb bei schwachen Strömen keine Unterbrechungen eintreten, wenigstens nicht mit einer solchen Geschwindigkeit, dass der Apparat Vorteile gegenüber den früher bekannten Unterbrechungsvorrichtungen bieten würde, ist im Vorgang an der activen Elektrode zu suchen. Ist in den Stromkreis von 12 Accumulatoren die Primärspule eines Inductoriums, ein Ampèremeter, ein Stromaussschalter und in bekannter Weise der elektrolytische Unterbrecher mit 1 mm langer activer Elektrode geschaltet, so giebt im Momente, wo der Strom geschlossen wird, das Inductorium einen Funken, das Ampèremeter gleichzeitig einen Ausschlag. Es bildet sich momentan an der activen Elektrode eine Gasblase und das Ampèremeter geht beinahe auf Null zurück. Die Gasblase wird, dem schwachen, nunmehr durch den Apparat fliessenden Strom entsprechend, langsam grösser und steigt schliesslich auf. In diesem Moment giebt das Ampèremeter wieder einen grösseren Ausschlag und das Inductorium einen Funken, welcher aber erheblich schwächer ist als der im Momente, wo der Strom geschlossen wurde. Der an der activen Elektrode sich bildende Sauerstoff, der sofort nach Stromschluss die ganze active Elektrode einhüllt, verhindert fernerhin den Contact des Elektrolyten mit der Elektrode und deshalb kann die Stromstärke nicht mehr genügend anwachsen und damit der Unterbrechungsvorgang weiterhin eintreten. Die aufsteigende Gasblase reisst zwar von einem grossen Teil der Oberfläche der Elektrode alles Gas fort, aber der Vorgang ist zu wenig schnell, als dass eine exacte Unterbrechung des Stromes und damit eine entsprechende Wirkung auf ein Inductorium stattfinden könnte. —

Ist es richtig, dass der an der activen Elektrode sich bildende Sauerstoff verhindert, dass der elektrolytische Unterbrecher auch mit schwachen Strömen dauernd functionirt, dann muss jeder Vorgang, der der Ansammlung des Gases entgegenarbeitet, die Wirkung haben, dass der elektrolytische Unterbrecher auch mit schwachen Strömen thätig ist. *In der That bewirkt eine heftige Bewegung der activen Elektrode, dass das Unterbrechungsphänomen unter den eingangs erwähnten Verhältnissen sofort eintritt.* Viel besser jedoch lässt sich dasselbe erreichen, wenn man gegen die active Elektrode einen Strom verdünnter Säure fliessen lässt. Ein Glas- oder Hartgummrohr, das im Deckel des Apparates verschiebbar ist, wird zweimal rechtwinklig umgebogen, sodass an dasselbe eine Düse von ca. 0,75 mm Oeffnung gekittet werden kann. Die active Elektrode steht nach unten und genau darunter befindet sich dann (in variabler Entfernung) die Düse. Das die Düse tragende Rohr wird vermittelt eines Gummischlauches unter Zwischenschaltung eines Glashahnes mit einem grösseren Glasgefäss, das die verdünnte Säure enthält, verbunden und in diesem Gefäss wird etwa durch ein kleines Gummigebläse der Druck erhöht. Strömt nun die Säure gegen die active Elektrode, so erhält man einen Apparat, der mit nur 24 Volt den Strom äusserst exact unterbricht¹⁾, selbst wenn die active Elektrode nur wenige Zehntel Millimeter lang ist. Man kann auch den Druck der Säure einfach dadurch hervorbringen, dass man das Säuregefäss etwa 1 m hoch über dem Unterbrecher aufstellt, wenigstens genügt dieser Druck bei 24 Volt vollständig. Ist der Druck der Säure zu hoch, dann tritt scheinbar Kurzschluss ein, *der Apparat unterbricht nicht mehr*, deswegen ist der Säurestrom durch den Hahn sorgfältig zu reguliren, sodass der Unterbrecher einen möglichst hohen gleichmässigen klaren Ton aussendet. Mit dem Apparat lassen sich Geissler'sche, Crookes'sche und Spectralröhren stundenlang ohne Störung betreiben, ebenso gewöhnliche Röntgenröhren, der entsprechenden Funkenlänge, ganz vortrefflich bei 32 Volt.

1) Mit dem erwähnten 10 cm-Inductorium betrug bei $3\frac{1}{2}$ mm langer activer Elektrode die Funkenlänge 55 mm bei ca. 450 Unterbrechungen pro Secunde und $6\frac{1}{2}$ Amp. Stromstärke.

Selbstverständlich lassen sich nur kleine Inductorien auf die maximale Funkenlänge bringen, aber bei allen Apparaten wird die der niedrigen Spannung entsprechende Funkenlänge mit bedeutend kürzerer Elektrode erreicht und damit ist natürlich auch eine grosse Frequenz erzielt. Die Verwendung des Säurestromes ist nur so lange von Vorteil, als die Unterbrechungen *ohne* dieselbe *nicht* eintreten. Durch den Säurestrom wird neben den erwähnten Vorteilen stets eine recht annehmbare Kühlung des Apparates erreicht.

Davos, Privatlaboratorium, Februar 1900.

(Eingegangen 28. Februar 1900.)

13. *Elektromotorische Kraft des Clark- und Weston-elementes; von W. Marek.*

Durch die gegenständlich maassgebenden Arbeiten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin wurde die elektromotorische Kraft der beiden gegenwärtig zu Strom- und Spannungsmessungen ausschliesslich benutzten Normalelemente mit hoher Genauigkeit und Verlässlichkeit festgestellt. Zu dem im Jahre 1898 veröffentlichten Schlussresultate¹⁾ dieser Untersuchungen

Clarkelement: $E_c = 1,4328 - 11,9 (t - 15) 10^{-4} - 0,07 (t - 15)^2 10^{-4}$

Westonelement: $E_w = 1,0186 - 38,0 (t - 15) 10^{-6} - 0,65 (t - 15)^2 10^{-6}$

sind seither von keiner Seite beachtenswerte Nachträge, Commentare und Ergänzungen geliefert worden, und es erscheint wünschenswert, die obenstehenden Zahlen der Gleichförmigkeit halber bis auf bessere Belehrung allen elektrischen Arbeiten zu Grunde zu legen.

In Laboratorien, in denen Messungen mit Normalelementen laufend ausgeführt werden, ist die Berechnung der obenstehenden Gleichungen recht zeitraubend. Der Verfasser hat daher die nachstehenden zwei Tabellen berechnet, welche mit dem Argumente Temperatur²⁾ die elektromotorische Kraft der beiden Normalelemente geben, und zwar mit einem möglichen grössten Fehler für das Clarkelement von $\pm 0,0065$ Proc., für das Westonelement von $\pm 0,0053$ Proc.

Eine grössere ziffernmässige Genauigkeit erschien mir im gegenwärtigen Zeitpunkte nicht unabweislich notwendig. Wenn auch die übliche „Compensation“ scheinbar mit noch höherer Genauigkeit ausgeführt werden kann, so ist der Betrag der Constantenunsicherheit der Messbrückenwiderstände, der nicht eliminirbare Teil der Thermoströme, der Isolationsfehler und

1) Amtliche Veröffentlichung: Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 212. 1899. Man vergleiche: K. Kahle, l. c. 18. p. 230. 1898; W. Jaeger u. K. Kahle, l. c. 18. p. 162. 1898.

2) Wasserstoffthermometerscala, nach welcher in Deutschland und Oesterreich alle Thermometer von den Behörden für Maass und Gewicht beglaubigt werden.

der Unsicherheit der Temperatur der Elemente, wohl nur in den *seltensten* Fällen in Summa auf $\pm 0,01$ bis $\pm 0,02$ Proc. herabzudrücken; in gewöhnlichen Laboratorien wird er auf $\pm 0,1$, sogar auf $\pm 0,2$ Proc. ansteigen.

Clarkelement.

Grad Celsius	Zehntel-Grade									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,4491	4490	4489	4488	4487	4486	4485	4484	4483	4482
1	1,4481	4480	4479	4478	4477	4476	4475	4473	4472	4471
2	1,4470	4469	4468	4467	4466	4465	4464	4463	4462	4461
3	1,4460	4459	4458	4457	4456	4455	4454	4453	4452	4451
4	1,4450	4449	4448	4447	4446	4445	4444	4443	4442	4441
5	1,4440	4439	4438	4437	4436	4435	4433	4432	4431	4430
6	1,4429	4428	4427	4426	4425	4424	4423	4422	4420	4419
7	1,4418	4417	4416	4415	4414	4413	4412	4411	4410	4409
8	1,4407	4406	4405	4404	4403	4402	4401	4400	4399	4398
9	1,4397	4396	4394	4393	4392	4391	4390	4389	4388	4387
10	1,4386	4385	4383	4382	4381	4380	4379	4378	4377	4375
11	1,4374	4373	4372	4371	4370	4368	4367	4366	4365	4364
12	1,4363	4361	4360	4359	4358	4357	4356	4355	4353	4352
13	1,4351	4350	4349	4348	4346	4345	4344	4344	4342	4341
14	1,4340	4338	4337	4336	4335	4334	4333	4331	4330	4329
15	1,4328	4327	4326	4324	4323	4322	4321	4319	4318	4317
16	1,4316	4315	4313	4312	4311	4310	4308	4307	4306	4305
17	1,4304	4302	4301	4300	4299	4297	4296	4295	4294	4292
18	1,4291	4290	4289	4288	4286	4285	4284	4283	4281	4280
19	1,4279	4278	4277	4275	4274	4273	4272	4270	4269	4268
20	1,4267	4265	4264	4263	4262	4260	4259	4258	4256	4255
21	1,4254	4253	4251	4250	4249	4247	4246	4245	4243	4242
22	1,4241	4240	4238	4237	4236	4234	4233	4232	4230	4229
23	1,4228	4227	4225	4224	4223	4221	4220	4219	4218	4216
24	1,4215	4214	4212	4211	4210	4208	4207	4206	4205	4203
25	1,4202	4201	4199	4198	4197	4195	4194	4192	4191	4190
26	1,4188	4187	4186	4184	4183	4182	4180	4179	4177	4176
27	1,4175	4173	4172	4171	4169	4168	4167	4165	4164	4162
28	1,4161	4160	4158	4157	4156	4154	4153	4151	4150	4149
29	1,4147	4146	4145	4143	4142	4141	4139	4138	4136	4135
30	1,4134	4132	4131	4129	4128	4127	4125	4124	4122	4121

Westonelement.

Grad Celsius	E.M.K.	Grad Celsius	E.M.K.	Grad Celsius	E.M.K.
0	1,0191	11	1,0189	22	1,0185
1	91	12	89	23	85
2	91	13	88	24	84
3	91	14	88	25	84
4	90	15	88	26	83
5	90	16	87	27	83
6	90	17	87	28	83
7	90	18	87	29	82
8	90	19	86	30	1,0182
9	89	20	86		
10	1,0189	21	1,0186		

Die Tabellen beziehen sich unmittelbar auf Elemente, welche nach der Vorschrift der Reichsanstalt¹⁾ hergestellt sind. Von der Weston-Compagnie bezogene Westonelemente haben eine um 0,0005 höhere elektromotorische Kraft.²⁾

Diejenigen Elektriker, welche bei der Annahme

$$\text{Clark bei } 15^{\circ} \text{ C.} = 1,4340$$

noch stehen bleiben wollen, haben die Tabellenwerte für das Clarkelement um 0,0012, jene für das Westonelement um 0,0008₆ zu erhöhen.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass die Weston-Compagnie für die von ihr bezogenen Elemente den Temperaturcoefficienten in den beigegebenen Begleitscheinen positiv angiebt. Ueber diesen Umstand müssen noch weitere Beobachtungen entscheiden. Im übrigen stimmen die Angaben der Weston-Compagnie sehr befriedigend mit jenen der Reichsanstalt und der obenstehenden Tabelle.

So hat man z. B. für ein in neuerer Zeit bezogenes Normalelement:

1) W. Jaeger u. K. Kahle, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 162. 1898.

2) Physikal.-Techn. Reichsanstalt, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 213. 1898.

E_t bei	10°	16°	20°	30° C.
Nach dem Begleitscheine } der W.-C., Clark = 1,434 }	1,01990	—	1,01997	1,02000
Nach dem Certificate der } R-Anstalt, Clark = 1,434 }	—	1,0199	—	—
Nach der obenstehenden } Tabelle ¹⁾ }	1,02026	1,02006	1,01996	1,01956
Differenz, Beob.-Tabelle	-0,00036	-0,00016	+0,00001	+0,00044

Wien, 29. Januar 1900.

.1) Reduction auf Clark gleich 1,434 . . . + 0,00086, Correction wegen Anfertigung durch die Weston-Compagnie + 0,0005, zusammen + 0,00136.

(Eingegangen 31. Januar 1900.)

**14. Bemerkungen zu einer Abhandlung
über Thermodynamik des Hrn. K. Wesendonck;
von Max Planck.**

Im vorigen Bande dieser Annalen¹⁾ macht Hr. Wesendonck gelegentlich einer Besprechung der verschiedenen Darstellungen des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik einige kritische Bemerkungen²⁾ über den von mir ausgearbeiteten Beweis dieses Satzes, die ich im Interesse einer sachgemässen Beurteilung desselben nicht ohne eine kurze Erwiderung lassen kann.

Die von mir durchgeführte Argumentation gipfelt in dem Nachweis, dass jeder, auch mit beliebigen chemischen oder elektrischen Veränderungen verbundene Vorgang in der Natur, der zu einer Verkleinerung der Gesamtentropie aller an dem Vorgang irgendwie beteiligten Körper führen würde, stets dazu benutzt werden könnte, ein perpetuum mobile zweiter Art (d. h. eine periodisch wirkende Maschine, die Wärme ohne Compensation in Arbeit verwandelt) zu construiren. Um diesen Nachweis zu liefern, braucht man nicht auf die Einzelheiten des angenommenen Vorgangs einzugehen; es genügt vollkommen zu wissen, dass die Entropie des Körpersystems im Endzustand kleiner ist als im Anfangszustand, während ausserhalb des Systems keine Veränderungen eingetreten sind. Ferner ist es auch keineswegs nötig zu zeigen, dass *jede* Art der Rückkehr des Systems in den Anfangszustand die gewünschte Maschine liefern würde, sondern es genügt offenbar, wenn nur ein einziges zum Ziele führendes Verfahren namhaft gemacht werden kann. Ein solches Verfahren besteht in dem von mir eingeschlagenen Beweisgang darin, dass man durch einen ganz bestimmt beschriebenen Process mittels passender Entnahme von Wärme aus einem Wärmereservoir die Entropie des Systems wieder auf den Anfangswert vergrössert und dann durch eine

1) K. Wesendonck, Wied. Ann. **69**. p. 809. 1899.

2) l. c. p. 812f.

adiabatisch-isentropische Veränderung den Anfangszustand des Systems herstellt. Dann muss nach dem ersten Hauptsatz der Wärmetheorie die der entnommenen Wärme äquivalente mechanische Arbeit gewonnen worden sein, da andere Energiearten hier nicht in Betracht kommen. Der also geschlossene Kreisprocess stellt dann ein *perpetuum mobile* zweiter Art vor.

Dieser Schluss erscheint mir nicht nur „plausibel“, sondern zwingend, während Hr. Wesendonck annimmt, es könne der Fall eintreten, „dass die betreffende periodisch functionirende Maschine gar nicht Arbeit leistet“, was nach meiner Meinung dem ersten Hauptsatz der Wärmetheorie widersprechen würde.

Weiter sagt Hr. Wesendonck: „Ferner muss eine isentropische Aenderung immer als möglich vorausgesetzt werden, was doch nicht ohne weiteres angenommen werden kann.“ Dass eine isentropische Aenderung immer möglich ist, folgt nach meiner gerade in diesem Punkte sehr ausführlichen Darstellung mit Notwendigkeit aus der *Definition* der Entropie. Das ist ja gerade der Grund, weshalb ich die Entropie im directen Anschluss an die Betrachtung eines ganz bestimmten concreten, immer ausführbaren Processes definiert habe. Wo eine Veränderung nicht ausgeführt werden kann, ist eine Entropie gar nicht definiert.

Damit scheint allerdings auf den ersten Blick die Bedeutung des Entropiebegriffes eine gewisse Beschränkung zu erleiden, aber bei näherer Betrachtung wird man finden, dass diese Beschränkung gerade in der Natur der Sache liegt und eben deshalb ganz besonders in helles Licht gesetzt zu werden verdient. Es hätte nämlich offenbar gar keinen Sinn, von einem allgemeinen Maass der Irreversibilität eines Processes zu reden, wenn man nicht irgendwie in der Lage wäre, den Process zurückzuführen auf eine uncompensirte Verwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme. Dementsprechend halte ich es auch für vollkommen ausreichend und durch die Oekonomie der Darstellung geradezu für geboten, der Entropie eines Körpers lediglich die Definition $dS = (dU + p dV)/T$ zu Grunde zu legen, wobei p den Druck, V das Volumen darstellt, — im Gegensatz zur Ansicht des Hrn. Wesendonck, der diese Definition zu eng findet. Die Verallgemeinerung auf anderweitige äussere Arbeit, z. B. elektrische, wobei p

eine Potentialdifferenz, V eine Elektrizitätsmenge bedeutet, bedingt nach meiner Meinung durchaus nicht einen neuen physikalischen Satz, sondern nur eine neue Anwendung desselben Entropiegesetzes. Könnte man gewisse Veränderungen in der Natur etwa nur auf elektrischem oder chemischem, nicht ausserdem auch auf rein thermodynamischem Wege vermitteln, so wäre es auch nicht möglich, die mit diesen Veränderungen verbundene Entropieänderung zu messen. Auf derartige Fälle würde der zweite Hauptsatz gar keine zahlenmässige Anwendung gestatten. Inwieweit hierzu biologische Vorgänge, z. B. der Assimilationsprocess, gehören, betrachte ich als eine offene Frage, deren Beantwortung erst dann in Angriff genommen werden kann, wenn die damit verbundenen Energieumwandlungen vollständig klar gestellt sind.

Dass aber überhaupt die Bedeutung des Entropiesatzes sich auch auf andere als thermodynamische Vorgänge erstreckt, folgt einfach daraus, dass dieser Satz die absolute Unmöglichkeit der Realisirung des perpetuum mobile zweiter Art zur Voraussetzung hat. Genau das Gleiche gilt ja auch vom ersten Hauptsatz, dem Princip der Erhaltung der Energie. Obwohl sich dies Princip auf alle Arten von natürlichen Vorgängen bezieht, ist doch sein Inhalt vollkommen erschöpft durch den einfachen Satz, dass mechanische Arbeit auf keinerlei Weise aus nichts entstehen oder in nichts verschwinden kann, und demnach reicht auch die rein mechanische Definition der Energie zur Messung dieser Grösse in allen Fällen aus.

Schliesslich möchte ich zu den von Hrn. Wesendonck als gegensätzlich einander gegenübergestellten¹⁾ verschiedenen Formulierungen des zweiten Hauptsatzes das folgende bemerken. Der Ausspruch, dass in einem System, welches auf constanter Temperatur und constantem Volumen gehalten wird, die freie Energie abnimmt, ist mathematisch und physikalisch genau gleichbedeutend mit dem Ausspruch, dass in einem System, welches gegen äussere Einwirkungen vollkommen abgeschlossen ist, die Entropie zunimmt. Irgend einer bestimmten äusseren Bedingung muss ein willkürlich abgegrenztes System unterworfen sein, wenn der zweite Hauptsatz einen Ausspruch über

1) l. c. p. 815.

die Richtung der in dem System eintretenden Veränderungen gestatten soll. Je nachdem man aber diese Bedingung wählt, lautet die Formulirung des Gesetzes verschieden.

Ich kann mich daher auch dem durch jene Gegensätzlichkeit veranlassten Zweifel, welchen Hr. Wesendonck bezüglich der gesunden Entwicklung der Wärmelehre äussert, nicht anschliessen.

Berlin, Januar 1900.

(Eingegangen 1. Februar 1900.)

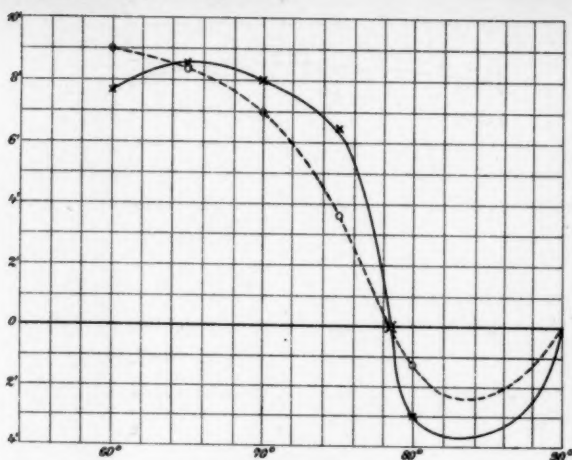


Fig. I. Stahl.

x — beobachtet
o — berechnet mit einer Konstanten.

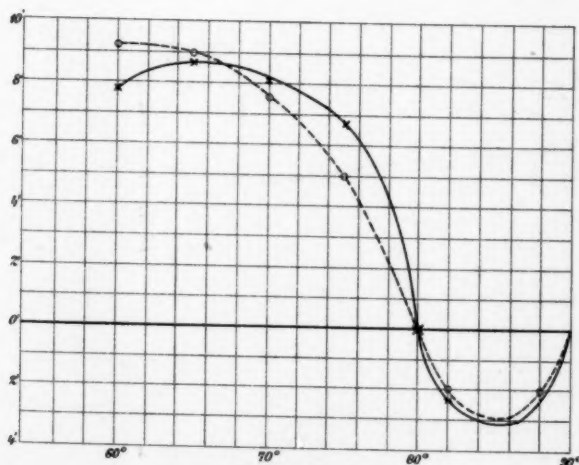


Fig. II. Stahl, rein.

x — beobachtet
o — berechnet mit einer Konstanten.

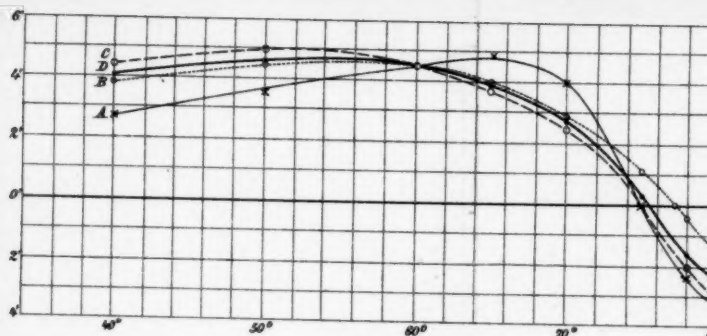


Fig. III. Cobalt, rein.

A_x..... beobachtet
B_o..... berechnet mit einer Konstanten
C_o..... " " zwei " "
D_o..... " " Rücksicht auf eine Oberflächenschicht

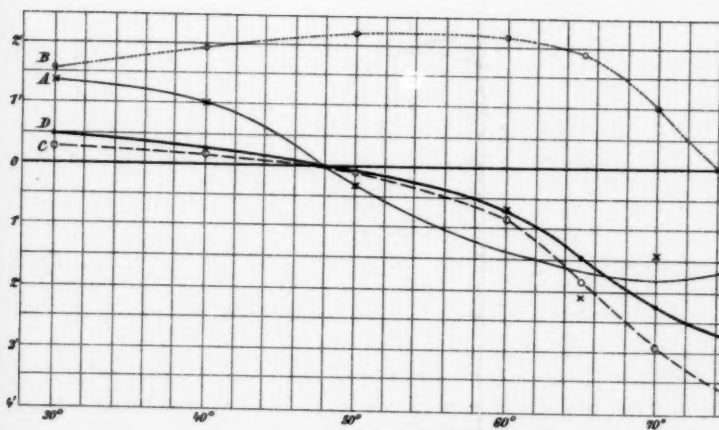
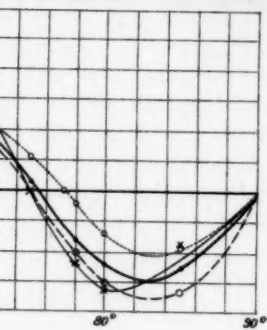


Fig. IV. Nickel, rein.

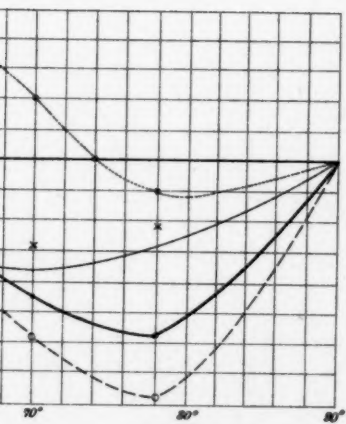
A_x..... beobachtet
B_o..... berechnet mit einer Konstanten
C_o..... " " zwei " "
D_o..... " " Rücksicht auf eine Oberflächenschicht

F. J. Micheli.

Taf. III.



Flächenschicht



Flächenschicht